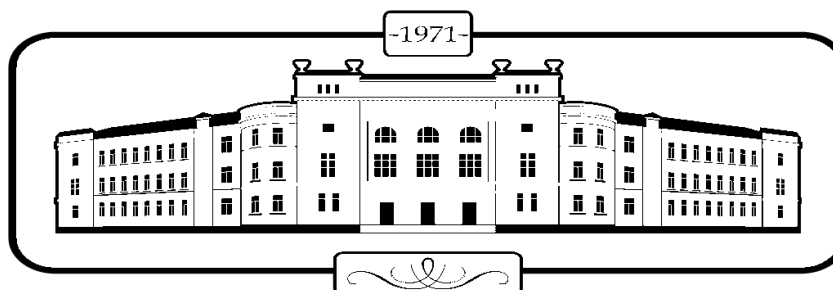


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

*«Допущено УМО по образованию в области полиграфии и книжного дела для студентов
высших учебных заведений, обучающихся по направлению 270800 «Строительство»
специальностей: 270112 «Водоснабжение и водоотведение», 270109
«Теплогазоснабжение и вентиляция», 270105 «Городское строительство и
хозяйство»*

Кафедра строительной механики

Белова О.Ю., Кутрунова З.С.



РАСЧЁТЫ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЁСТКОСТЬ ПРОСТЕЙШИХ ЭЛЕМЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
ПО ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ**

для студентов специальностей: 270112 «Водоснабжение и
водоотведение», 270109 «Теплогазоснабжение и вентиляция»,
270105 «Городское строительство и хозяйство»
заочной, заочной в сокращенные сроки форм обучения

УДК:624.04+624.04

Б-43

Белова О.Ю., Кутрунова З.С. Расчёты на прочность и жёсткость простейших элементов строительных конструкций: учебное пособие по технической механике для студентов специальностей 270112 «Водоснабжение и водоотведение», 270109 «Теплогазоснабжение и вентиляция», 270105 «Городское строительство и хозяйство» заочной и заочной в сокращенные сроки форм обучения.- Тюмень: РИО ФГБОУ ВПО ТюмГАСУ, 2013. -181с.

Учебное пособие разработано на основании рабочих программ ГОУ ВПО ТюмГАСУ дисциплины «Техническая механика» для студентов специальностей 270112 «Водоснабжение и водоотведение», 270109 «Теплогазоснабжение и вентиляция», 270105 «Городское строительство и хозяйство» заочной и заочной в сокращенные сроки форм обучения.

Предлагаемое учебное пособие способствует развитию у студентов как общекультурных, так и профессиональных компетенций.

Учебное пособие содержит теоретические вопросы, задания, направленные на закрепление изученного материала в виде контрольных работ по темам дисциплины, примеры решения задач контрольных работ, тестовые задания для самопроверки при подготовке к экзамену и зачёту, приложения для удобства выполнения контрольных работ.

Применяя предлагаемое учебное пособие, преподаватель и студенты имеют возможность работать в разных режимах (индивидуальном или групповом) с использованием инновационных методов обучения, ориентированных на закрепление изученного материала в форме выполнения домашних контрольных работ.

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. ТюмГНГУ Сысоев Ю.Г.

д-р техн. наук, доцент ТюмГАСУ Соколов В.Г.

Тираж 500 экз.

© ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный архитектурно-строительный университет»

© Белова О.Ю., Кутрунова З.С.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1 Понятия о расчётных схемах.....	5
2 Определение внутренних сил (метод сечений).....	7
3 Основные виды деформаций.....	9
4 Основные термины и понятия	11
Глава 1 ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ	14
1.1 Внутренние силы при осевом растяжении и сжатии. Нормальные напряжения в поперечном сечении стержня.....	14
1.2 Расчёты на прочность при растяжении и сжатии.....	16
1.3 Деформация стержня при осевом растяжении и сжатии.....	18
Глава 2 ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ	25
2.1 Осей, полярный и центробежный моменты инерции.....	25
2.2 Осевые моменты инерции простейших сечений.....	28
Глава 3 КРУЧЕНИЕ КРУГЛЫХ СТЕРЖНЕЙ	30
3.1 Внутренние усилия, деформации и напряжения при кручении круглых стержней	30
Глава 4 ИЗГИБ ПРЯМЫХ СТЕРЖНЕЙ	35
4.1 Внутренние усилия при изгибе прямых стержней. Правила знаков.....	35
4.2 Построение эпюр внутренних усилий при изгибе прямых стержней.....	38
4.3 Осевые моменты инерции простейших сечений.....	44
4.4 Условие прочности по нормальным напряжениям	45
Глава 5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ. УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ	59
5.1 Метод начальных параметров.....	60
5.2 Метод единичных нагрузок.....	62
Глава 6 РАСЧЁТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК ПРИ ПОМОЩИ УРАВНЕНИЯ ТРЁХ МОМЕНТОВ	73
Глава 7 ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	79
7.1 Задачи для самостоятельной работы по теме «Осевое растяжение и сжатие»	81
7.2 Задачи для самостоятельной работы по теме «Кручение круглых стержней»	87
7.3 Задачи для самостоятельной работы по теме «Изгиб прямых стержней»	89
7.4 Задачи для самостоятельной работы по теме «Определение перемещений при изгибе. Условие жёсткости»	97
7.5 Задачи для самостоятельной работы по теме «Расчёт неразрезных балок при помощи уравнения трёх моментов»	101
Глава 8 ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ К ЗАЧЁТУ И ЭКЗАМЕНУ	104
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	161
ПРИЛОЖЕНИЕ А Прокат сортовой из углеродистой стали обыкновенного качества.....	163
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Сокращённый сортамент электросварных прямошовных труб.....	171
ПРИЛОЖЕНИЕ В Площади и координаты центров тяжести фигур	173
ПРИЛОЖЕНИЕ Г Опорные реакции, эпюры Q_y и M_x простых балок.....	174
ПРИЛОЖЕНИЕ Д Основные и некоторые производные единицы физических величин в Международной системе единиц (СИ)	176
ПРИЛОЖЕНИЕ Е Ответы к тестовым заданиям главы 8.....	177
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену и зачёту.....	182
ПРИЛОЖЕНИЕ И Образец оформления титульного листа.....	183

ВВЕДЕНИЕ

Техническая механика является частью механики деформируемого твердого тела, куда входят: сопротивление материалов, теории упругости, пластичности, ползучести, статика сооружений, строительная механика, теория разрушения и др.

Неправильный расчёт самого незначительного, на первый взгляд, элемента конструкции может повлечь за собой самые тяжёлые последствия – привести к разрушению сооружения в целом. При проведении расчётов на прочность необходимо стремиться к сочетанию надёжности работы конструкции с её дешевизной, добиваться наибольшей прочности при наименьшем расходе материалов. Необходимо улучшать качество строительства, повышать эффективность проектных решений. Применять новые прогрессивные конструкционные материалы с повышенной прочностью.

Задача технической механики – изучение методов расчета простейших элементов строительных конструкций на прочность, жесткость и устойчивость.

Прочность – способность элемента конструкции сопротивляться воздействию приложенных к нему сил, не разрушаясь. Целью расчета на прочность является определение размеров поперечного сечения или внешних нагрузок, при которых исключается разрушение элемента.

Жесткость – способность элемента конструкции сопротивляться воздействию приложенных к нему сил, испытывая при этом лишь малые упругие деформации. Целью расчета на жесткость является определение размеров поперечного сечения или внешних нагрузок, при которых исключается появление недопустимых деформаций элемента с точки зрения нормальной работы конструкции.

Устойчивость – способность элемента конструкции сохранять первоначальную форму равновесия под действием приложенных сил.

Настоящее пособие составлено в соответствии с программой дисциплины «Техническая механика» для студентов по профилю «Строительство».

В данном пособии сделана попытка подготовить студентов к выполнению расчётов с учётом Строительных норм и правил (СНиП), что предусмотрено программой.

Для сдачи зачёта и экзамена необходимо выполнить контрольные работы. В пособии приведены контрольные работы по темам: «Осевое растяжение и сжатие», «Кручение круглых стержней», «Изгиб прямых стержней», «Определение перемещений при изгибе. Условие жёсткости» и «Расчёт неразрезных балок».

Для каждого контрольного задания приведён краткий курс теории по теме и разобранные примеры.

В приложениях приведён справочный материал, необходимый для решения задач.

В результате изучения дисциплины студент должен иметь представление: о простых видах деформаций (осевое растяжение – сжатие, кручение, плоский изгиб), о расчетах на прочность и жесткость элементов сооружений. Уметь выполнять эти расчеты, используя государственные стандарты, Строительные нормы и правила, другую нормативную документацию.

1 Понятия о расчетных схемах

В технической механике, как и во всех естественных науках, исследование реального объекта начинается с выбора расчётной схемы.

Приступая к расчёту конструкции, следует, прежде всего, установить, что в данном случае существенно и что несущественно; необходимо произвести схематизацию объекта и отбросить все факторы, которые не могут сколько-нибудь заметным образом повлиять на суть задачи. Такого рода упрощение задачи или выбор её схемы во всех случаях совершенно необходим, так как решение с полным учётом всех свойств реального объекта является невозможным вследствие их неисчерпаемости.

Если, например, требуется произвести расчёт на прочность каната подъёмника, то в первую очередь надо учесть вес поднимаемого груза, ускорение с которым он движется, а при большой высоте подъёма и вес самого каната. В тоже время, заведомо надо отбросить влияние таких несущественных факторов, как аэродинамическое сопротивление, возникающее при подъёме клетки, изменение температуры и барометрического давления с высотой, а также множество других факторов.

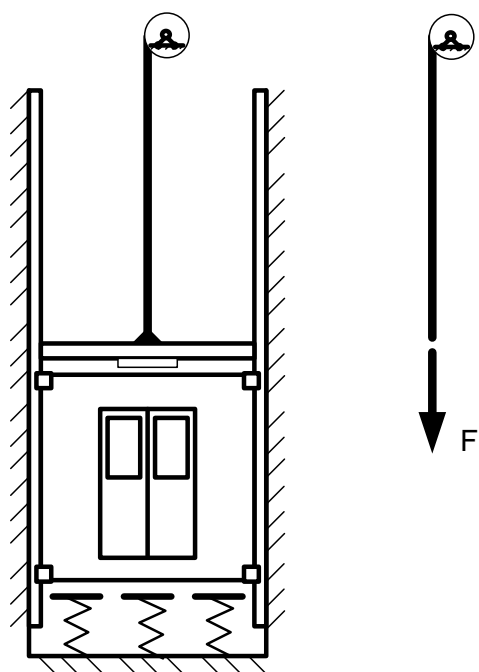


Рисунок 1

Реальный объект, освобождённый от несущественных особенностей, носит название **расчётной схемы**. Для одного и того же объекта может быть предложено несколько расчётных схем в зависимости от требуемой точности и от того, какая сторона явления интересует исследователя в данном конкретном случае. Так, если в упомянутом примере расчёта подъёмника нужно оценить только прочность каната, то клетку и груз допустимо рассматривать как жёсткое целое и свести их действие на канат к силе, приложенной к концу каната (рисунок 1). Если необходимо решить вопрос о прочности самой клетки, то

последнюю уже нельзя считать абсолютно жёстким телом. Её конструктивные особенности надо рассматривать отдельно и в соответствии с этим выбрать для неё свою расчётную схему.

Если для одного объекта может быть предложено несколько расчётных схем, то одной расчётной схеме может быть поставлено в соответствие много различных реальных объектов. Последнее обстоятельство является весьма важным, так как, исследуя некоторую схему, можно получить решение целого класса задач, сводящихся к данной расчётной схеме. В частности, показанная на рисунке 1 схема каната, нагруженного на конце силой, является весьма распространённой и встречается в большом числе практических случаев расчёта на прочность.

При выборе расчётной схемы вводятся упрощения и в геометрию реального объекта. Основным упрощающим приёмом в сопротивлении материалов является приведение геометрической формы тела к схеме стержня. Например, расчётная схема несущей конструкции мостового крана в пролёте цеха промышленного здания (рисунок 2, а) может быть представлена в виде шарнирно опертой балки, нагруженной двумя сосредоточенными силами (рисунок 2, б).

В сопротивлении материалов изучаются главным образом стержни, то есть такие элементы, одно из измерений которых (длина) значительно больше его поперечных размеров (ширины или высоты). Стержни могут быть прямыми или кривыми (рисунок 3).

Образование прямого стержня можно представить себе движением некоторой плоской фигуры, например, прямоугольника вдоль прямой линии АВ (см. рисунок 3, а), так, что его центр тяжести всегда находится на линии АВ, а плоскость фигуры перпендикулярна к этой линии. Линия АВ называется осью стержня, а плоская фигура, при помощи которой образован стержень, – его поперечным сечением.

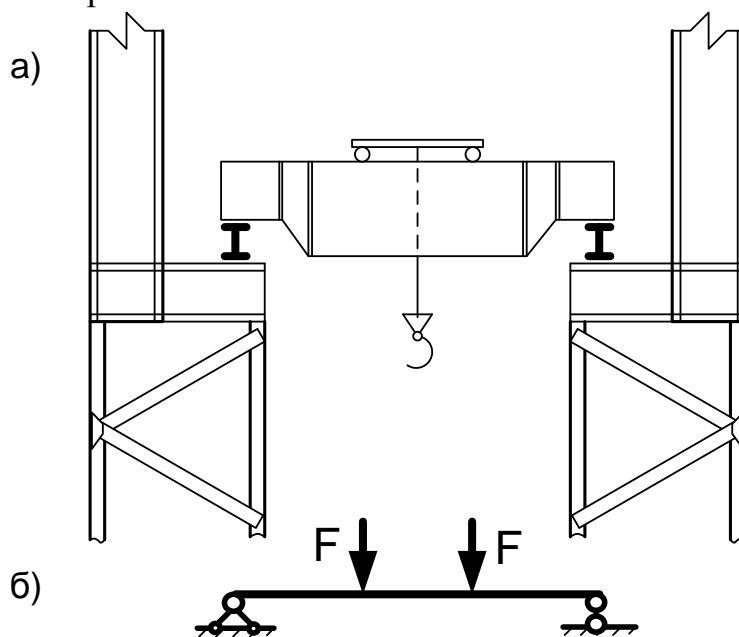


Рисунок 2

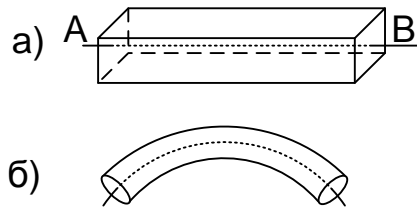


Рисунок 3

Стержень, образованный движением плоской фигуры вдоль некоторой кривой линии (рисунок 3, б), называется кривым стержнем. Вдоль своей оси стержни могут иметь постоянное или переменное поперечные сечения. Кирпичный или бетонный ступенчатый столб будет примером стержня переменного сечения (рисунок 4). К кривым стержням относятся арки зданий и мостов, крюки, звенья цепи и т.д.

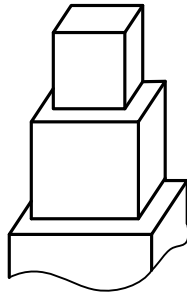


Рисунок 4

Большинство сложных конструкций можно рассматривать состоящими из различных сочетаний элементов, имеющих форму прямого и кривого стержней.

Длинный и тонкий брус с прямой осью принято называть в зависимости от его назначения *стержнем*, *стойкой* и *колонной* (рисунок 5).

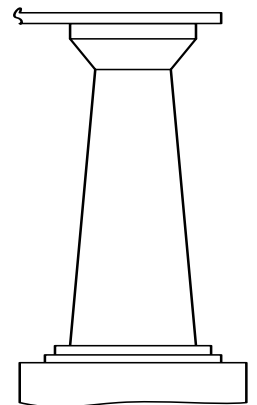


Рисунок 5

Лежащий на опорах стержень, на который действуют силы, приложенные перпендикулярно или наклонно к его оси, называется *балкой* (рисунок 6, а).

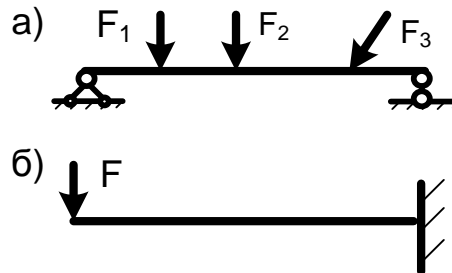


Рисунок 6

Балка, свободно лежащая на двух опорах, называется простой балкой (рисунок 6, а). Балка, жёстко заделанная (защемлённая) одним концом в стену, называется консолью (рисунок 6, б).

2 Определение внутренних сил (метод сечений)

Под действием внешних сил в твёрдом теле возникают внутренние силы, стремящиеся восстановить его первоначальные размеры и форму. Величина внутренних сил с увеличением деформаций растёт до тех пор, пока не уравновесятся внутренние и внешние силы.

Если не будет равновесия между внутренними и внешними силами, то

взаимная связь между частицами твёрдого тела нарушится и произойдёт его разрушение. Значит, непосредственной причиной разрушения являются внутренние силы, возникающие в сечении стержня, величина которых достигает величины сил межмолекулярного сцепления, поэтому необходимо знать величину этих внутренних сил. Для их определения в сопротивлении материалов пользуются общим приёмом, называемым **методом сечений**, который лежит в основе всех выводов технической механики, касающихся внутренних сил. Сущность этого метода заключается в следующем.

Представим себе прямой стержень, нагруженный системой уравновешенных внешних сил (рисунок 7, а), в число которых входят как активные силы, так и реакции связей. Требуется узнать величину внутренних сил, в каком либо сечении стержня, например в сечении 1–1.

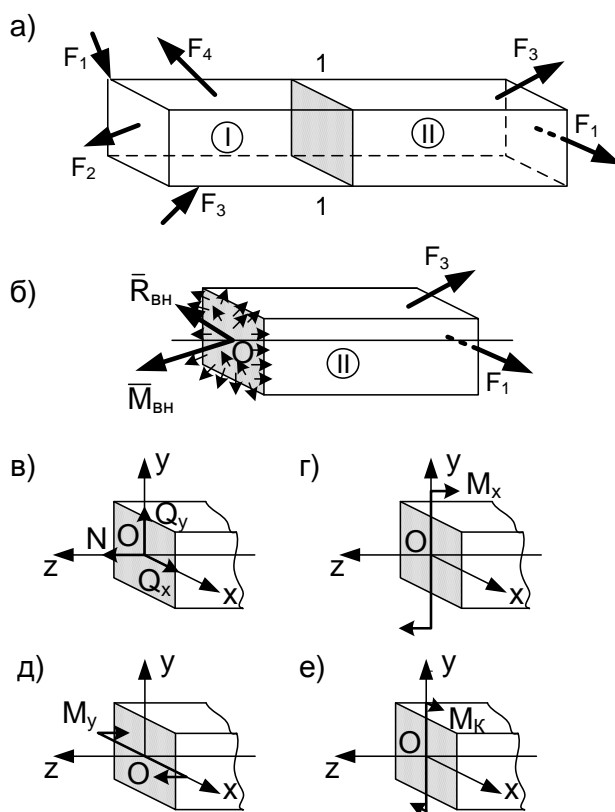


Рисунок 7

Плоскостью, перпендикулярной к оси стержня, мысленно разрежем его по данному сечению и отбросим одну из полученных двух частей, например, левую (рисунок 7, б). Обычно отбрасывают ту из частей, к которой приложено больше внешних сил, так как уравнения равновесия для оставшейся части будут более простыми. В данном случае оставшаяся часть II будет находиться под действием внешних сил F_1 и F_3 . Для сохранения её равновесия приложим по всему сечению в каждой его точке внутренние силы (рисунок 7, б), которые должны заменить действие отброшенной части на оставшуюся часть стержня. Такая замена позволяет перевести внутренние силы в категорию внешних сил по отношению к отдельно взятой рассматриваемой части стержня. Следовательно, для всех сил, действующих

на эту часть, можно составить уравнения равновесия.

Но закон распределения внутренних сил по сечению пока неизвестен, поэтому для определения внутренних сил в каждом конкретном случае нагружения стержня потребуется рассмотреть его деформации и установить характер распределения внутренних сил по сечению.

По законам механики все внутренние силы приводим к центру тяжести сечения стержня – точке O , в результате чего получаем главный вектор $\bar{R}_{вн}$ и главный момент $\bar{M}_{вн}$ (рисунок 7, б).

Затем разложим главный вектор и главный момент по координатным осям x , y и z с началом координат O в центре тяжести сечения стержня. При этом для наглядности изобразим составляющие главного момента на трёх отдельных чертежах (рисунок 7, в, г, д, е). В общем случае нагружения получим три составляющие главного вектора сил N , Q_x и Q_y и три составляющие главного момента M_x , M_y и M_K , которые называются внутренними силовыми факторами (усилиями). Каждый из шести силовых факторов имеет своё наименование:

- N – продольная сила;
- Q_x – поперечная сила;
- Q_y – поперечная сила;
- M_x – изгибающий момент;
- M_y – изгибающий момент;
- M_K – крутящий момент.

Полученные внутренние силовые факторы определяются из уравнений статики, которых (в общем случае нагружения) может быть шесть.

3 Основные виды деформаций

Любое внутреннее усилие, возникающее в поперечном сечении стержня, полностью определяет характер его деформации, в самом общем случае нагружения бруса в его сечениях могут одновременно возникать шесть внутренних усилий. В частном случае в поперечном сечении может возникнуть только одно внутреннее усилие, когда остальные обращаются в ноль, и тогда будет иметь место одна из следующих простых деформаций.

1. **Растяжение или сжатие.** В этом случае в поперечном сечении стержня возникает только одна продольная сила N , направление внешних сил, которые её вызывают, показано на рисунке 8, а и б. В результате растяжения или сжатия стержень соответственно удлиняется или укорачивается. Такие деформации наблюдаются при работе стержней ферм, стоек, колонн, тросов канатов и т.д.

2. **Сдвиг (срез, скалывание)** – в поперечном сечении возникает только одна из поперечных сил Q_x и Q_y . Такого рода деформации происходят,

например, при работе болтовых, заклёпочных (рисунок 8, в) и сварных соединений, деревянных врубок и т.д.

3. **Изгиб** – в поперечном сечении возникает только изгибающий момент M_x или M_y , а часто одновременно с изгибающим моментом возникает и поперечная сила (рисунок 8, з).

4. **Кручение** – в поперечном сечении стержня возникает только крутящий момент M_K . Стержень, работающий на кручение, называется валом. Кручение испытывают, например, валы машин и механизмов, штанги буров, а также ряд элементов строительных конструкций – балконные балки, некоторые балки ребристых железобетонных перекрытий, подкрановые балки и т.д. (рисунок 8, д).

5. **Сложная деформация** – в сечении одновременно возникает несколько усилий, например, изгибающий или крутящий момент с продольной силой.

Кроме указанных видов деформаций, в сопротивлении материалов особо рассматривается так называемый продольный изгиб. Это – деформация изгиб, длинного тонкого стержня, сжимаемого силой, направленной по его оси. При некотором значении величины этой силы стержень может потерять устойчивую форму равновесия или выпучиться в сторону – изогнуться (рисунок 8, е).

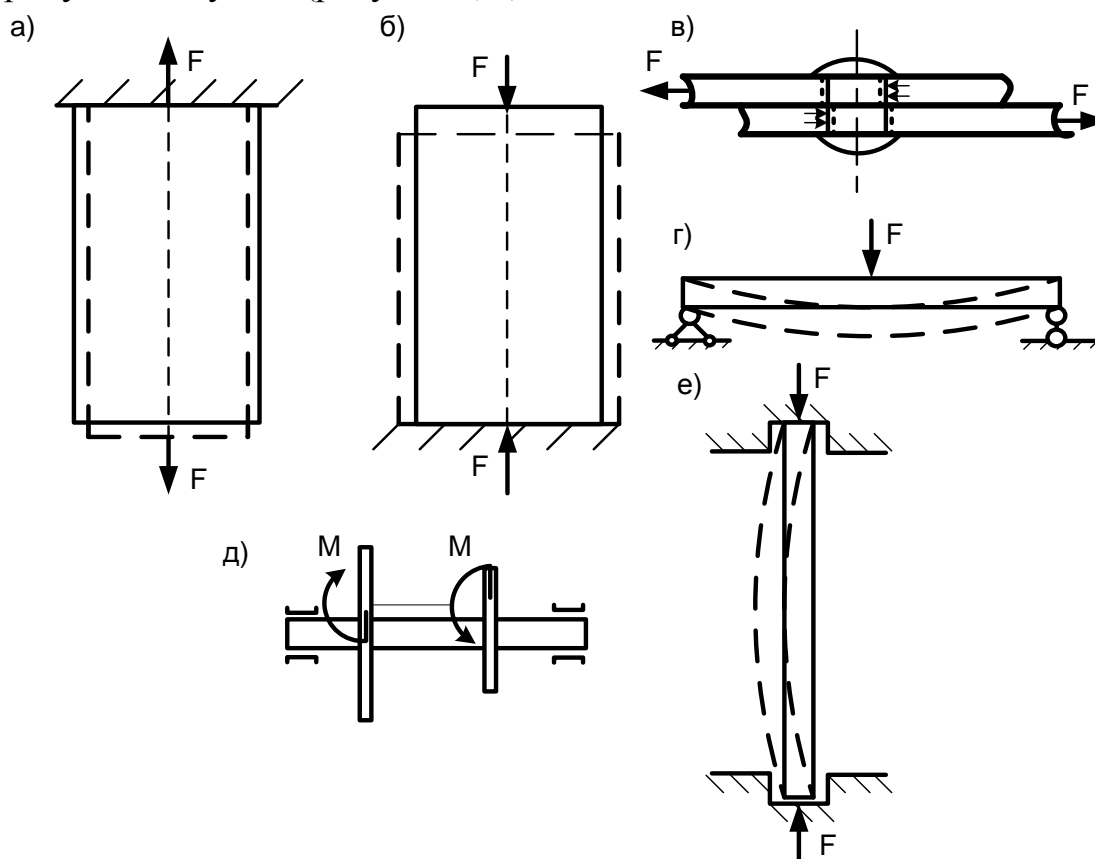


Рисунок 8

Далее в нашем пособии мы рассмотрим примеры расчётов стержней на

прочность и жёсткость при различных видах деформаций.

4 Основные термины и понятия

Главные оси инерции – оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю, а осевые моменты инерции принимают экстремальные значения.

Деформация – изменение формы и размеров тела или какой-либо его части.

Диаграмма растяжения образца – график, автоматически вычерчиваемый испытательной машиной, у которого по оси абсцисс откладывается удлинение, а по оси ординат сила.

Жесткость – способность тела воспринимать воздействие внешних сил без существенного изменения геометрических размеров.

Закон Гука – закон о линейной зависимости между напряжением и деформацией.

Запас прочности – это число, которое показывает, во сколько раз наибольшее напряжение, возникающее в некоторой точке нагруженной конструкции, меньше предельного для данного материала.

Изгиб – это такой вид нагружения, когда внешние силы вызывают моменты относительно оси симметрии (или главной оси), расположенной в плоскости поперечного сечения.

Касательное напряжение – составляющая вектора полного напряжения в плоскости сечения, обозначается буквой τ (тау). С касательными напряжениями связано разрушение путем сдвига или среза.

Кручение – вид деформации стержня, который возникает при действии на стержень внешних сил, образующих моменты относительно продольной оси стержня. В этом случае только крутящий момент не равен нулю.

Напряжение – интенсивность внутренних сил в данной точке сечения; внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади.

Надежность – свойство конструкции выполнять заданные функции, сохраняя свои эксплуатационные показатели в определенных нормативных пределах в течение требуемого промежутка времени.

Нормальное напряжение – составляющая вектора полного напряжения по нормали к сечению, обозначается буквой σ (сигма). С нормальным напряжением связано разрушение путём отрыва

Опасное сечение – это поперечное сечение, в котором действуют наибольшие внутренние усилия.

Отказ – нарушение работоспособности конструкции.

Перемещение – результат деформаций.

Плоский изгиб – это такой вид нагружения, когда все внешние силы лежат в одной плоскости, совпадающей с плоскостью симметрии балки.

Пластичностью называется свойство тела сохранять после прекращения действия нагрузки, или частично полученную при нагружении, деформацию.

Ползучестью называется свойство тела увеличивать деформацию при постоянных внешних нагрузках.

Пределные напряжения – напряжения, при которых конструкция уже не может использоваться по прямому назначению либо вследствие разрушения, либо из-за возникновения недопустимых остаточных деформаций.

Принцип независимости действия сил – принцип, согласно которому результат, полученный одновременным действием этих сил в отдельности. Под словом результат следует понимать деформацию или напряжение, возникающее в упругом теле, подчиняющемся закону Гука.

Принцип Сен-Венана. Если систему внешних сил, действующую на небольшую часть упругого тела, заменить другой, статически эквивалентной системой сил, действующей на ту же часть поверхности тела, то в точках, достаточно удаленных от места приложения упомянутой системы на расстояния, достаточно большие по сравнению с линейными размерами этой поверхности, получим практически такое же состояние напряжения и деформации.

Прочность – способность тела воспринимать воздействие внешних сил без разрушения.

Расчетная схема – реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.

Расчетное напряжение – наибольшее по абсолютной величине сжимающее или растягивающее напряжение, возникающее в опасном сечении конструкции.

Распределенные силы приложены значительным участкам поверхности, например, давление пара в паропроводе, трубопроводе, котле, давление воздуха на крыло самолета и т.д.

Ресурс – допустимый срок службы изделия. Указывается в виде общего времени наработки или числа циклов нагружения конструкции.

Сосредоточенные силы – силы, действующие на небольших участках поверхности детали, например, давление шарика шарикоподшипника на вал, давление колеса на рельсы и т.п.

Статически неопределимая задача – задача, в которой число неизвестных превышает число независимых уравнений статики, и поэтому определить неизвестные усилия только из уравнений статики не представляется возможным. Для решения такой задачи необходимо в дополнение к уравнениям статики составить уравнения деформации.

Степень статической неопределимости – разность между числом неизвестных и числом независимых уравнений статики, которые можно составить для рассматриваемой системы.

Упругая линия – изогнутая ось балки.

Упругость – свойство тела восстанавливать свою первоначальную форму и размеры.

Центр тяжести – это точка пересечения центральных осей сечения.

Центральная ось – ось, относительно которой статический момент

равен нулю.

Центральное растяжение (сжатие) – вид деформации стержня, когда стержень загружен силами, совпадающими по направлению с его осью. В этом случае только продольная сила не равна нулю.

Эпюра – это график, изображающий закон изменения внутреннего усилия по длине стержня.

Глава 1 ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

1.1 Внутренние силы при осевом растяжении и сжатии. Нормальные напряжения в поперечном сечении стержня

При осевом растяжении и сжатии в разных сечениях элементов конструкций возникают лишь продольные усилия N .

Для вычисления продольной силы N в каком-либо сечении используется основной метод технической механики - *метод сечений*. Этот метод состоит из четырёх последовательно выполненных операций:

1. Рассекают мысленно стержень на две части в том месте, где хотят определить значение продольной силы N (рисунок 9).

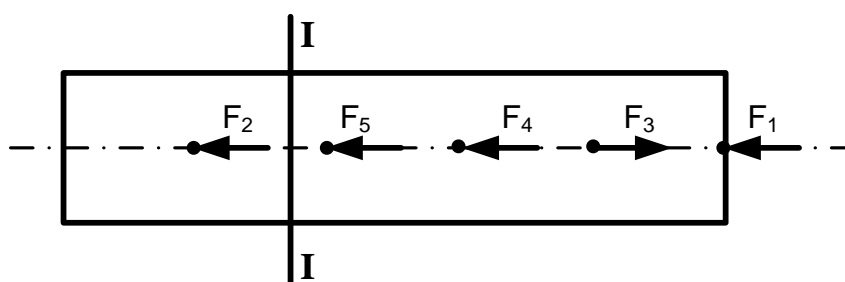


Рисунок 9

2. Мысленно удаляют («отбрасывают») одну из двух частей (рисунок 10).

3. Затем прикладывают к оставленной части стержня, а именно в центре тяжести сечения, где произведён разрез продольную силу N , тем самым компенсируя механическое воздействие отброшенной части стержня. Направлением этой пока неизвестной силы N приходится задаваться; можно рекомендовать задаваться её направлением от сечения, то есть предполагать её растягивающей, так как в этом случае знак продольной силы N будет совпадать со знаком деформации («+» – растяжение, «-» – сжатие) (рисунок 10).

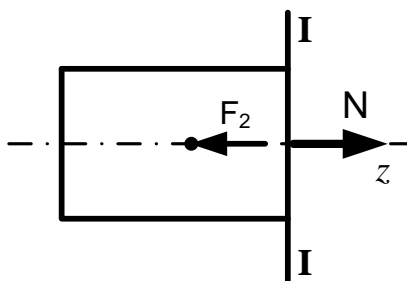


Рисунок 10

4. Используют состояние равновесия оставленной части стержня, а именно: приравнивают нулю сумму проекций от всех приложенных к этой части сил (включая силу N) на ось z (ось стержня), которая направлена от сечения.

Этюра – это график изменения какого-либо фактора (силы, напряжения абсолютного удлинения и т.д.) по длине стержня или высоте сечения.

Для того чтобы построить график какой-либо функции, необходимо предварительно составить выражение этой функции. Независимой переменной в задаче является местоположение рассматриваемого сечения, то есть его координата z . Следовательно, нужно составить уравнение $N = f(z)$.

А можно ли охватить одним уравнением силу N для всего стержня? Очевидно, нет.

Продольная сила в некотором сечении выражается через внешние силы, приложенные к отсечённой части стержня. Отсюда следует, что при значениях z , равных абсциссам точек приложения сосредоточенных внешних сил, уравнение $N = f(z)$ будет меняться.

Следовательно, необходимо составлять уравнения $N = f(z)$ для каждого участка стержня между двумя приложенными сосредоточенными силами. Такие отдельные участки стержня называют **участками нагружения** (или **силовыми участками**).

Напряжением характеризуется интенсивность силового воздействия двух примыкающих друг к другу частей стержня (то есть внутренних сил) в какой-либо точке разделяющего их сечения.

Размерность напряжения – сила, отнесённая к единице площади. В произвольной точке данного сечения стержня полный вектор напряжения P , в общем случае, может иметь любое направление. Практически этот вектор всегда раскладывают на составляющие относительно плоскости сечения: перпендикулярную и параллельные (рисунок 11).

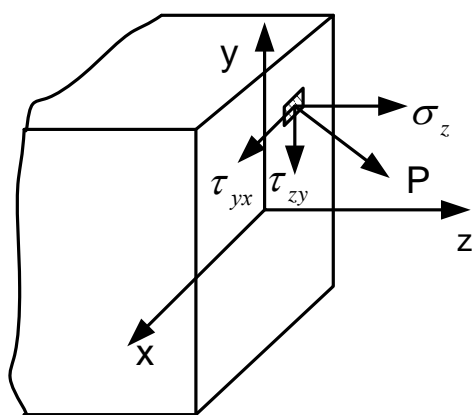


Рисунок 11

Перпендикулярную составляющую полного напряжения называют **нормальным напряжением** σ (греческая буква «сигма»), а параллельные составляющие – **касательными напряжениями** τ (греческая буква «тау») в данной точке.

К обозначениям τ и σ добавляют нижние индексы, указывающие, по какому сечению действует данное напряжение, и каково его направление.

Для нормального напряжения σ достаточно одного индекса, так как его направление определяется перпендикулярностью к данному сечению, а для касательного напряжения τ потребуются два индекса (см. рисунок 11).

В случае растяжения или сжатия стержня в его сечениях, перпендикулярных к продольной оси, возникают только нормальные напряжения σ_z , причём они равномерно распределены по всей площади поперечного сечения A (рисунок 12).

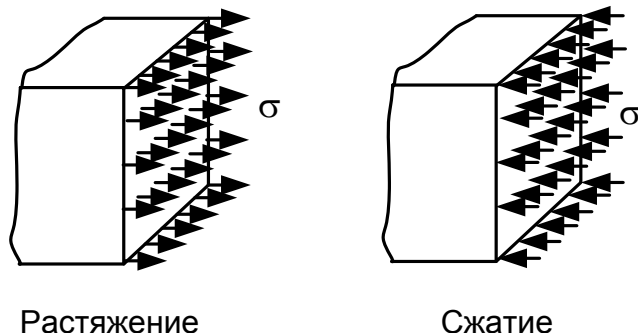


Рисунок 12

Зная равнодействующую внутренних сил данного поперечного сечения, каковой в случае

растяжения-сжатия является продольная сила N , вычисляют напряжение σ :

$$\sigma = \frac{N}{A}. \quad (1.1)$$

1.2 Расчёты на прочность при растяжении и сжатии

Под расчётом на прочность элемента конструкции будем понимать совокупность действий, в результате которых можно получить ответ на вопрос, удовлетворяет ли данный элемент требованиям надёжности и долговечности.

Основным методом расчёта на прочность элементов строительных конструкций является метод предельных состояний. В этом методе значения всех усилий, действующих на конструкцию в течение всего периода её эксплуатации, разделяются на нормативные и расчётные нагрузки. Нормативные значения нагрузок характеризуют их действие на конструкцию при нормальных условиях её эксплуатации. Это собственный вес конструкции, атмосферные воздействия снега, ветра, вес технологического оборудования, людей и т.п. Нормативные значения нагрузок приведены в строительных нормах и правилах (СНиП).

Расчётные значения нагрузок F_p определяются путём умножения нормативных значений F_n на коэффициент надёжности по нагрузке γ_f :

$$F_p = F_n \cdot \gamma_f. \quad (1.2)$$

С помощью коэффициентов γ_f производится учёт возможного

отклонения нагрузок от их нормативных значений в неблагоприятную для работы конструкции сторону. Значения коэффициентов надёжности по нагрузке устанавливаются нормами проектирования с учётом различных факторов в пределах от 1,05 до 1,4.

В качестве основного параметра, характеризующего сопротивление материала конструкции различным воздействиям, принимается нормативное сопротивление R_n , соответствующее значениям опасных напряжений для конструкционных материалов (последние определяются с помощью механических испытаний).

При оценке прочности элементов конструкций величина нормативного сопротивления материала должна быть уменьшена за счёт различных неблагоприятных факторов (например, ухудшения качества материала). Для этого вводится расчётное сопротивление, которое определяется по формуле

$$R = \frac{R_n}{\gamma_m}, \quad (1.3)$$

где γ_m – коэффициент надёжности по материалу, изменяющийся в различных пределах в зависимости от физико-механических свойств материала. Например, для стали он изменяется в пределах от 1,025 до 0,15.

Кроме того, в условие прочности вводится коэффициент условий работы γ_c , с помощью которого учитываются конструктивные особенности и виды нагружения сооружений. Коэффициент γ_c может быть больше или меньше единицы.

Величины нормативных и расчётных сопротивлений приведены в соответствующих разделах строительных норм и правил (СНиП).

Условие прочности стержня при растяжении и сжатии согласно методу предельных состояний имеет следующий вид:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq R\gamma_c, \quad (1.4)$$

где N – продольная сила в стержне, вычисленная от действия расчётных нагрузок;

A – площадь поперечного сечения стержня.

Условие (1.4) обычно ставится для сечения стержня, в котором действуют наибольшие нормальные напряжения.

Следует обратить внимание на то, что в отличие от СНиПа, в расчётной формуле коэффициент условий работы γ_c будем принимать равным 1.

Это будем делать из-за отсутствия сведений о назначении элементов строительных конструкций и для получения единообразных формул при расчёте конструкций из различных материалов (стали прокатной фасонной, стали арматурной, алюминия, дерева и т.д.).

Практические расчёты на растяжение и сжатие сводятся к определению одной из неизвестных величин, входящих в формулу (1.4), по двум известным или легко определяемым из условий задач (величина расчётного сопротивления обычно известна). Применение формулы (1.4) позволяет

решить такого рода задачи:

1. Даны размеры поперечного сечения стержня (или его площадь A) и величина продольной силы N (или имеются все данные для её вычисления). Требуется определить величину наибольшего напряжения в сечении стержня и сделать выводы о прочности стержня. Для данного случая при решении задач следует пользоваться формулой (1.4).

В результате решения может оказаться, что величина действительного напряжения в сечении превышает расчётное сопротивление; тогда необходимо либо увеличить площадь поперечного сечения, или, если это возможно, уменьшить нагрузку.

2. Известна или может быть определена из условия задачи величина продольной силы N в сечении и расчётное сопротивление материала R ; требуется определить необходимую площадь A поперечного сечения стержня или, как говорят, подобрать его сечение. В этом случае задача решается по формуле (1.5), полученной путём преобразования формулы (1.4):

$$A \geq \frac{N}{R}, \quad (1.5)$$

3. Даны размеры поперечного сечения, а также расчётное сопротивление материала; требуется определить допустимое значение наибольшей нагрузки на стержень (N_{adm}).

Из формулы (1.4) получаем

$$N_{adm} \leq AR. \quad (1.6)$$

Формулы (1.4) и (1.6) обычно применяются при проверке запроектированных или уже существующих конструкций, а формула (1.5) при проектировании элементов конструкций (при подборе их сечений). При этом обращаем внимание на следующее: пользоваться формулами (1.4) - (1.6) при расчётах на сжатие возможно только в тех случаях, когда длина стержня невелика по сравнению с размерами поперечного сечения. В противном случае задача должна решаться не только по условию прочности, но и по условию устойчивости стержня против его выпучивания.

1.3 Деформация стержня при осевом растяжении и сжатии

В случае растяжения (сжатия) стержня его деформация выражается в его удлинении (укорочении), рисунок 13.

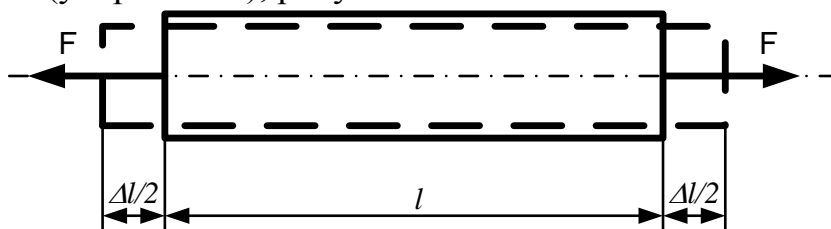


Рисунок 13

В упругой стадии это удлинение (абсолютное см. рисунок 13) вычисляется по экспериментальному выражению закона Гука

$$\Delta l(z) = \frac{Nz}{EA}, \quad (1.7)$$

где z – длина рассматриваемого участка стержня;

E – механическая характеристика материала (модуль продольной упругости), который получают опытным путем, и его величина для различных материалов приведена в справочной литературе.

Пример 1.1. Стальной стержень постоянного сечения (рисунок 11) нагружен осевыми силами. Модуль продольной упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, A – площадь поперечного сечения. Построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений. Сделать вывод о прочности стержня в опасном сечении, если расчетное сопротивление $R = 210$ МПа. Вычислить абсолютное удлинение стержня (в качестве примера, рассмотрим вариант 180).

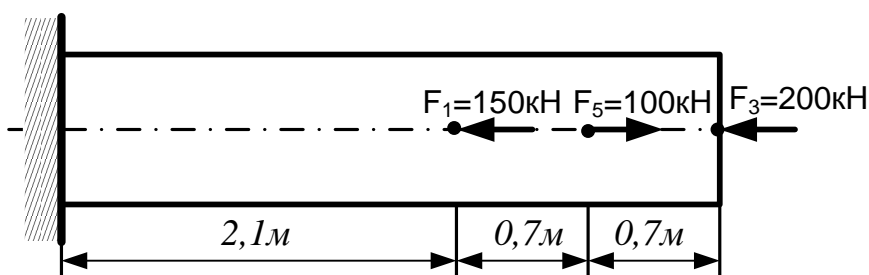


Рисунок 14

Решение. Проводим ось z , параллельную оси стержня.

Разбиваем стержень на участки, границами которых служат места приложения внешних сил и резкое, ступенчатое изменение площади сечения. В данной задаче три грузовых участка (рисунок 15).

Используя метод сечений, находим для каждого грузового участка (рисунок 16) продольную силу, как сумму внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения:

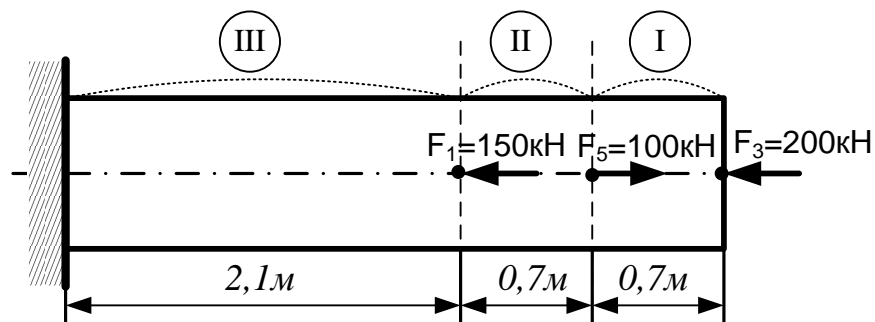


Рисунок 15

$$\begin{aligned}
 N_1 &= -F_3 = -200 \text{ кН}; \\
 N_2 &= -F_3 = -200 \text{ кН}; \\
 N_3 &= -F_3 + F_5 = -200 \text{ кН} + 100 \text{ кН} = -100 \text{ кН}; \\
 N_4 &= -F_3 + F_5 = -200 \text{ кН} + 100 \text{ кН} = -100 \text{ кН}; \\
 N_5 &= -F_3 + F_5 - F_1 = -200 \text{ кН} + 100 \text{ кН} - 150 \text{ кН} = -250 \text{ кН}; \\
 N_6 &= -F_3 + F_5 - F_1 = -200 \text{ кН} + 100 \text{ кН} - 150 \text{ кН} = -250 \text{ кН}.
 \end{aligned}$$

По полученным числовым значениям строим эпюру продольных сил (рисунок 16, а).

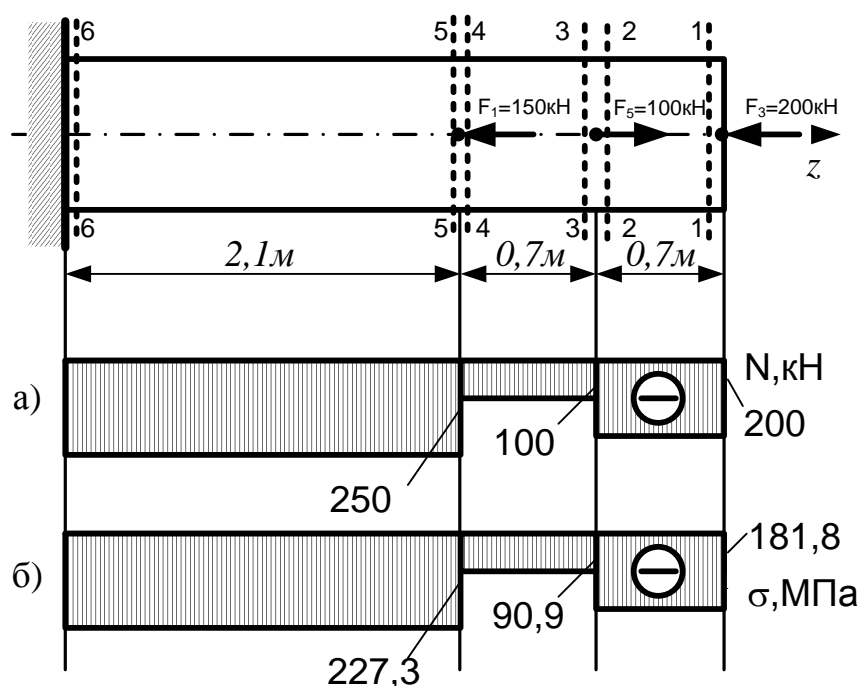


Рисунок 16

Разделив значения продольной силы на площадь поперечного сечения, определяем нормальные напряжения и строим эпюру σ (рисунок 16, б).

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{-200 \text{ кН}}{11 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = -181818,2 \text{ кПа} \approx -181,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{-200 \text{ кН}}{11 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = -181818,2 \text{ кПа} \approx -181,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A} = \frac{-100 \text{ кН}}{11 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = -90909,1 \text{ кПа} \approx -90,9 \text{ МПа};$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{A} = \frac{-100 \text{ кН}}{11 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = -90909,1 \text{ кПа} \approx -90,9 \text{ МПа};$$

$$\sigma_5 = \frac{N_5}{A} = \frac{-250 \text{кН}}{11 \cdot 10^{-4} \text{м}^2} = -227272,7 \text{кПа} \approx -227,3 \text{МПа};$$

$$\sigma_6 = \frac{N_6}{A} = \frac{-250 \text{кН}}{11 \cdot 10^{-4} \text{м}^2} = -227272,7 \text{кПа} \approx -227,3 \text{МПа}.$$

По эпюре нормальных напряжений определяем максимальное по модулю значение $|\sigma_{max}| = 227,3 \text{МПа}$.

Подставляем найденное значение напряжений в условие прочности:

$$|\sigma_{max}| \leq R, 227,3 \text{МПа} > 210 \text{МПа}.$$

Условие прочности не выполняется. Подберем такую площадь сечения, при которой стержень не разрушится:

$$|\sigma_{max}| = \frac{250 \text{кН}}{A} \leq R = 210 \text{МПа} = 21 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2},$$

$$A \geq \frac{250 \text{кН}}{21 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 11,9 \text{см}^2 \approx 12 \text{см}^2.$$

Вычислим абсолютное удлинение стержня:

$$\begin{aligned} \Delta l &= \Delta l_I + \Delta l_{II} + \Delta l_{III} = \frac{N_I l_I}{EA} + \frac{N_{II} l_{II}}{EA} + \frac{N_{III} l_{III}}{EA} = \\ &= \frac{-200 \text{кН} \cdot 0,7 \text{м}}{EA} + \frac{-100 \text{кН} \cdot 0,7 \text{м}}{EA} + \frac{-250 \text{кН} \cdot 2,1 \text{м}}{EA} = \\ &= \frac{-735 \text{кН} \cdot \text{м}}{EA} = \frac{-735 \text{кН} \cdot \text{м}}{2 \cdot 10^8 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \cdot 12 \cdot 10^{-4} \text{м}^2} = 30,625 \cdot 10^{-4} \text{м}^2 \approx 3 \text{мм}. \end{aligned}$$

Ответ: Абсолютное удлинение стержня 3мм.

Пример 1.2. Стальной ступенчатый стержень (рисунок 17) нагружен осевыми силами. Модуль продольной упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{МПа}$. A – площадь поперечного сечения стержня. Построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений в долях силы F . Подобрать допустимую нагрузку из условия прочности, если расчётное сопротивление $R = 210 \text{МПа}$ (в качестве примера, рассмотрим вариант 736).

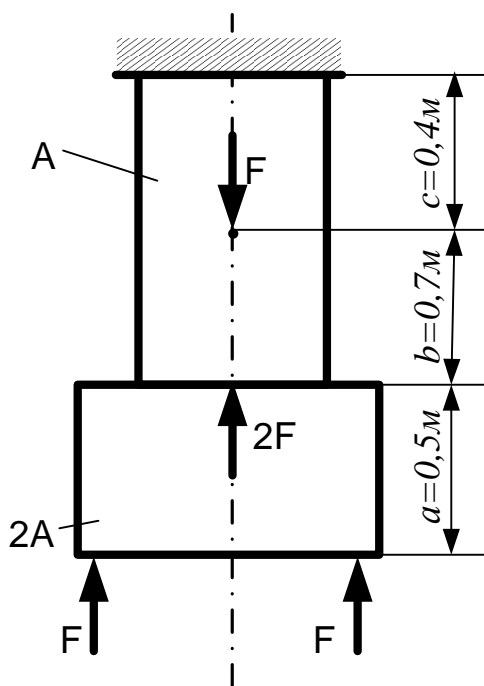


Рисунок 17

Решение. Проводим ось z , параллельную оси стержня.

Разбиваем стержень на участки, границами которых служат места приложения внешних сил и резкое, ступенчатое изменение площади сечения. В данной задаче три участка нагружения (рисунок 18). Обозначим их на расчетной схеме римскими цифрами. Используя метод сечений, находим для каждого участка продольную силу, как сумму внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения:

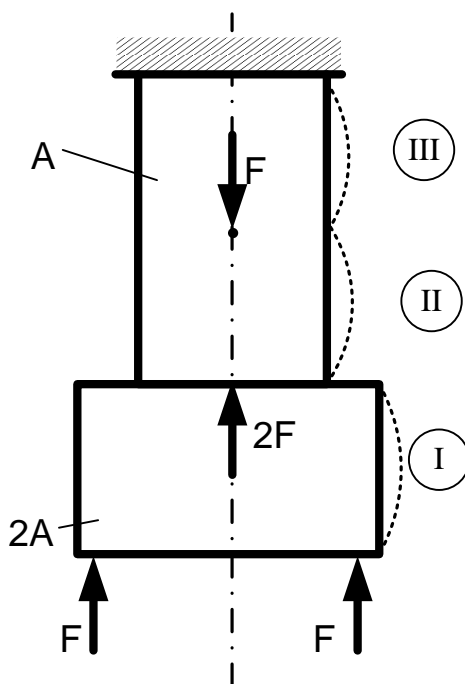


Рисунок 18

I участок: $N_1 = -2F$; $N_2 = -2F$;

II участок: $N_3 = -2F - 2F = -4F$; $N_4 = -2F - 2F = -4F$;

III участок: $N_5 = -2F - 2F + F = -3F$; $N_6 = -2F - 2F + F = -3F$.

По полученным значениям строим эпюру продольных сил (рисунок 19, а).

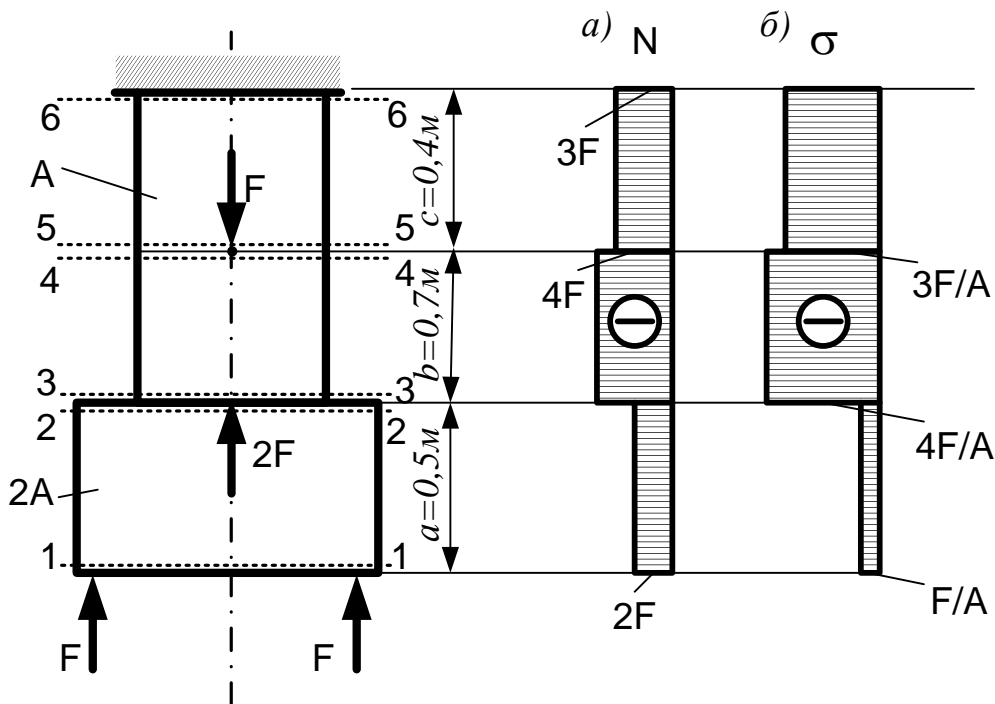


Рисунок 19

Разделив значения продольной силы на площадь поперечного сечения, определяем нормальные напряжения на каждом участке нагружения и строим эпюру σ (рисунок 19, б).

$$\begin{aligned}
 \text{I участок: } \sigma_I &= \frac{N_I}{A_I} = \frac{-2F}{2A} = -\frac{F}{A}; \\
 \text{II участок: } \sigma_{II} &= \frac{N_{II}}{A_{II}} = \frac{-4F}{A} = -4\frac{F}{A}; \\
 \text{III участок: } \sigma_{III} &= \frac{N_{III}}{A_{III}} = \frac{-3F}{A} = -3\frac{F}{A}.
 \end{aligned}$$

По эпюре нормальных напряжений определяем максимальное по модулю значение

$$|\sigma_{max}| = 4\frac{F}{A}.$$

Подставляем найденное значение напряжений в условие прочности:

$$|\sigma_{max}| \leq R; \quad 4 \frac{F}{A} \leq R.$$

Подставим в последнее неравенство в заданное по условию задачи числовое значение площади поперечного сечения и расчетного сопротивления. Тогда получим

$$4 \frac{F}{14 \text{ см}^2} \leq 210 \text{ МПа} = 21 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}; \quad F_{adm} \leq \frac{21 \cdot 14}{4} = 73,5 \text{ кН}.$$

Ответ: Допускаемая нагрузка для данного стержня $F_{adm} = 73,5 \text{ кН}$.

Глава 2 ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

2.1 Осевой, полярный и центробежный моменты инерции

При изучении растяжения и сжатия геометрической характеристикой поперечного сечения элементов конструкций являлась площадь поперечного сечения A , полностью определявшая сопротивляемость элемента деформации. При изучении изгиба балок по этой величине нельзя судить о степени их сопротивляемости изгибу, так как одна и та же балка в зависимости от положения осей поперечного сечения к направлению действия силы будет работать по-разному.

На рисунке 20 изображена балка с поперечным сечением A , причём одна сторона её сечения значительно больше другой. На рисунке 20, *а* балка сопротивляется изгибу, будучи положена на опоры меньшей стороной («на ребро»), а на рисунке 20, *б* – большей стороной («плашмя»). Очевидно, что в первом положении балка окажется более прочной и жёсткой, то есть выдержит большую нагрузку и меньше прогнётся, чем во втором положении.

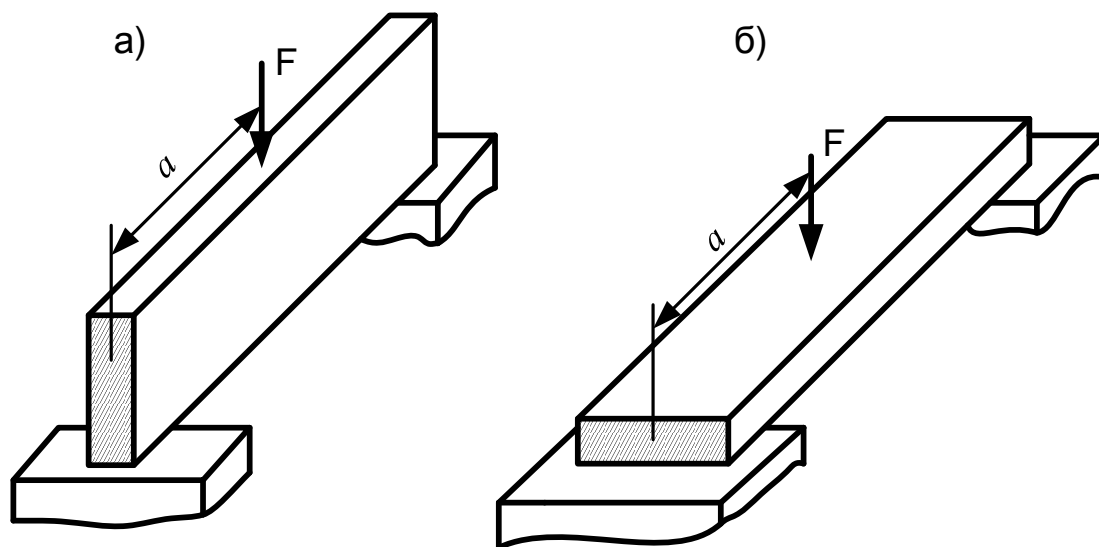


Рисунок 20

Принято называть балку жёсткой, если она очень мало прогибается от приложенной нагрузки и гибкой, если она деформируется на значительную величину.

Из сказанного следует, что жёсткость балки характеризует её способность сопротивляться деформации. Такой геометрической характеристикой при изгибе балок в технической механике принят момент инерции площади сечения, обозначаемый буквой J . Как увидим далее, момент инерции, рассмотренной выше балки относительно оси x для первого положения (рисунок 20, *а*), будет значительно больше (иногда в несколько раз), чем для второго положения. Значит, балка в первом положении будет

более жёсткой, чем во втором.

Прежде чем перейти к определению понятия момента инерции, напомним из теоретической механики ещё об одной геометрической характеристике поперечного сечения – статическом моменте плоского сечения.

Статическим моментом площади плоского сечения относительно любой оси, лежащей с ним в одной плоскости (рисунок 21), называется сумма произведений элементарных площадок dA всего сечения на расстояния их до данной оси, то есть

$$S_x = \int_A y dA; \quad S_y = \int_A x dA,$$

где знак A под интегралом означает, что интегрирование распространяется на всю площадь сечения. Размерность статического момента – длина³, то есть измеряется в m^3 , cm^3 , mm^3 .

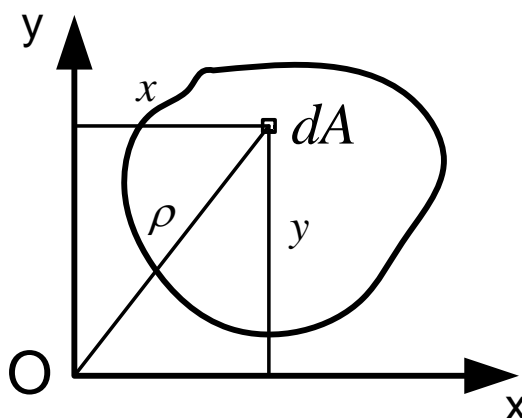


Рисунок 21

Применяя теорему о моменте равнодействующей, можно написать:

$$S_x = \int_A y dA = A \cdot y_c; \quad S_y = \int_A x dA = A \cdot x_c,$$

где A – площадь всего сечения;

x_c и y_c – координаты центра тяжести сечения.

Отсюда получаем формулы для определения положения центра тяжести сечения:

$$y_c = \frac{S_x}{A}; \quad x_c = \frac{S_y}{A}.$$

Статический момент может иметь положительное и отрицательное значения в зависимости от знака координат, то есть от расположения осей,

относительно которых он вычисляется или равняется нулю.

Если ось, относительно которой определяется статический момент, проходит через центр тяжести сечения, то есть $x_c = 0$ и $y_c = 0$, то статический момент его равен нулю: $S_x = A \cdot 0 = 0$; $S_y = A \cdot 0 = 0$.

Если сечение имеет ось симметрии, то эта ось всегда проходит через его центр тяжести. Поэтому статический момент любого сечения относительно его оси симметрии всегда равен нулю.

Для определения величины статического момента сложного сечения его разбивают по возможности на простейшие геометрические сечения (прямоугольники, треугольники и т.д.). Затем вычисляют площади и координаты центров тяжести каждого из них до произвольно выбранных осей и статические моменты относительно этих осей. Суммирование вычисленных статических моментов отдельных элементарных сечений даст статический момент площади всего сложного сечения.

Осевым моментом инерции плоского сечения относительно какой-либо оси, лежащей в той же плоскости, называется сумма произведений элементарных площадок dA на квадраты расстояний до данной оси (см. рисунок 21):

$$J_x = \int_A y^2 dA; \quad J_y = \int_A x^2 dA.$$

В этих формулах индексы x или y означают ось, относительно которой определяется момент инерции.

Полярным моментом инерции плоского сечения J_ρ относительно когонибудь полюса O (см. рисунок 21), лежащего в плоскости сечения, называется сумма произведений элементарных площадок dA на квадраты их расстояний ρ до полюса, то есть

$$J_\rho = \int_A \rho^2 dA,$$

а так как $\rho^2 = x^2 + y^2$, то, следовательно,

$$J_\rho = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA .$$

Или окончательно $J_\rho = J_y + J_x$, то есть полярный момент инерции относительно когонибудь полюса равен сумме осевых моментов инерции относительно двух любых взаимно перпендикулярных осей, проходящих через данный полюс.

При поворотах осей относительно начала координат на любой угол

сумма осевых моментов инерции остаётся величиной постоянной и равной полярному моменту инерции.

Величины осевых и полярного моментов инерции всегда положительны и не могут быть равными нулю.

Центробежным моментом инерции плоского сечения относительно осей x и y называется сумма произведений элементарных площадок dA на их координаты x и y (см. рисунок 21):

$$J_{xy} = \int_A xy dA.$$

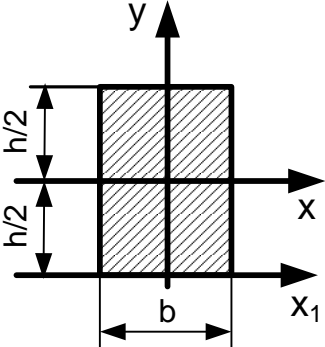
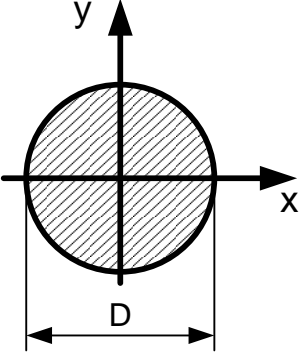
Размерность моментов инерции – длина⁴, то есть измеряется в m^4 , cm^4 , mm^4 .

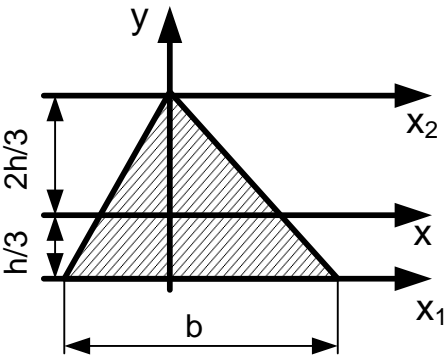
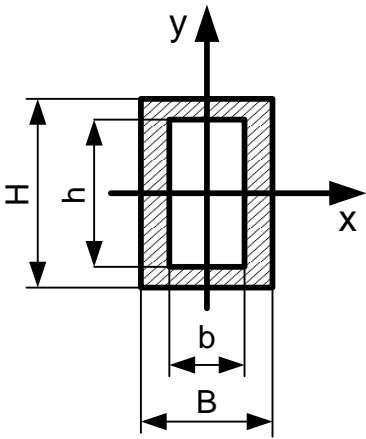
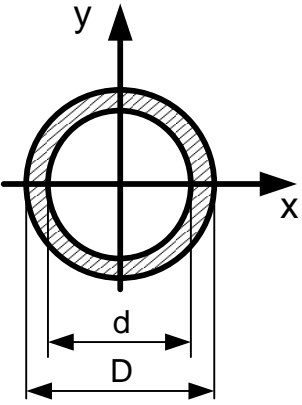
Центробежный момент инерции может быть положительным, отрицательным и равным нулю.

2.2 Осевые моменты инерции простейших сечений

Для удобства вычислений используют готовые формулы осевых моментов инерции простейших сечений, которые мы приведём в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Сечение	Моменты инерции
	$J_x = \frac{bh^3}{12};$ $J_y = \frac{hb^3}{12};$ $J_{x_1} = \frac{bh^3}{3}.$
	$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64};$ $J_\rho = \frac{\pi d^4}{32}.$

Сечение	Моменты инерции
	$J_x = \frac{bh^3}{36}; J_{x_1} = \frac{bh^3}{12};$ $J_{x_2} = \frac{bh^3}{4}.$
	$J_x = \frac{BH^3 - bh^3}{12};$ $J_y = \frac{HB^3 - hb^3}{12}.$
	$J_x = J_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64};$ $J_\rho = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}.$

Если сечение состоит из прокатных профилей, то необходимо при вычислениях пользоваться данными таблиц сортамента (см. приложение А, стр. 163).

Глава 3 КРУЧЕНИЕ КРУГЛЫХ СТЕРЖНЕЙ

3.1 Внутренние усилия, деформации и напряжения при кручении круглых стержней

Рассмотрим стержень, на который действуют два внешних скручивающих момента, приложенных в плоскости торцевых сечений. При кручении круглое сечение стержня остаётся плоским, а длина стержня не изменяется (рисунок 22).

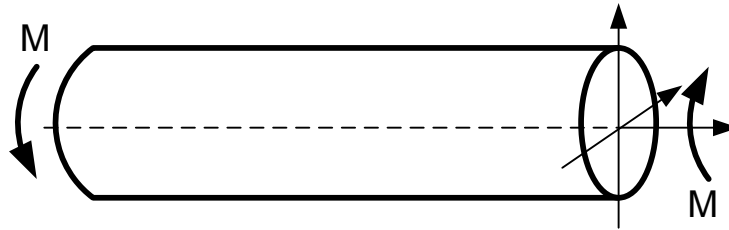


Рисунок 22

На рисунке 23 показана общая деформация кручения стержня с круглым сечением, при этом поперечные сечения поворачиваются вокруг оси z на углы $\varphi = \varphi(z)$, называемые углами закручивания, в поперечных сечениях стержня возникают только крутящие моменты (правило построения эпюр крутящих моментов и углов закручивания приведено в примере 3.1, стр.32).

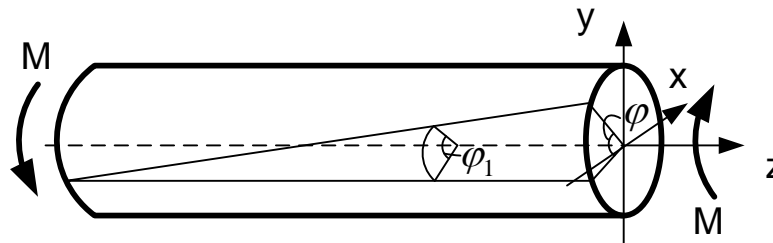


Рисунок 23

В случае чистого кручения стержня в его поперечных сечениях действуют только касательные напряжения τ (рисунок 24).

В стержнях круглого сечения напряжения τ распределяются по линейному закону – пропорционально расстоянию от центра тяжести до рассматриваемой точки.

Наибольшее напряжение имеет место в точках по контуру сечения и равно

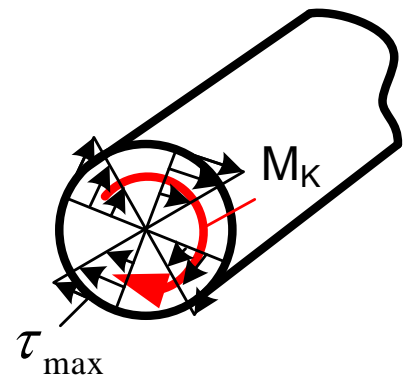


Рисунок 24

$$\tau_{max} = \frac{|M_K^{max}|}{W_{\rho}^{крюга}}$$

где M_K – внутренний крутящий момент; $W_\rho^{\text{круга}} = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3$ – полярный момент сопротивления; d – диаметр стержня.

Условие прочности имеет вид

$$\tau_{max} \leq R_s, \quad \tau_{max} = \frac{|M_K^{max}|}{W_\rho^{\text{круга}}} \leq R_s, \quad \frac{|M_K^{max}|}{0,2d^3} \leq R_s,$$

где R_s – расчетное сопротивление на срез.

Вычисление угла закручивания φ в случае стержня круглого поперечного сечения производится по формуле

$$\varphi = \frac{M_K \cdot z}{GJ_\rho},$$

где G – модуль сдвига (механическая характеристика материала);

J_ρ – полярный момент инерции.

Для круга

$$J_\rho^{\text{круга}} = \frac{\pi d^4}{32}.$$

Пример 3.1. К стальному валу приложены моменты M_1, M_4, M_5 (рисунок 25). Требуется: построить эпюру крутящих моментов, подобрать диаметр вала из условия расчета на прочность, если расчетное сопротивление на срез $R_s = 100$ МПа, построить эпюру углов закручивания, найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 м длины вала). $G = 8 \cdot 10^4$ МПа – модуль сдвига (в качестве примера, рассмотрим вариант 826).

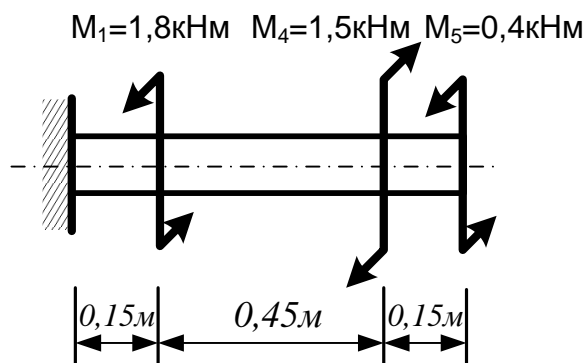


Рисунок 25

Решение. Проводим ось z , параллельную оси стержня.

Разбиваем стержень на участки, границами которых служат места приложения внешних моментов и резкое, ступенчатое изменение площади сечения. В данной задаче три участка (рисунок 26), обозначим их на расчетной схеме римскими цифрами.

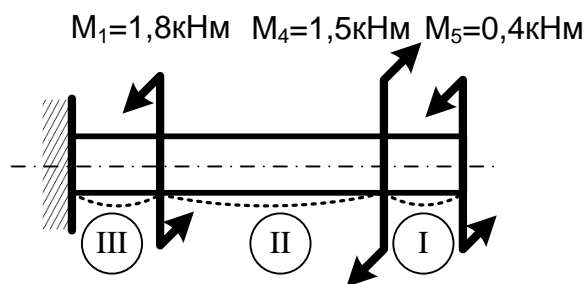


Рисунок 26

Используя метод сечений, находим для каждого участка крутящий момент, как сумму внешних моментов, расположенных по одну сторону от сечения. Направление внешнего момента считаем положительным, если он скручивает вал против хода часовой стрелки.

$$M_K^I = M_5 = 0,4 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_K^{II} = M_5 - M_4 = 0,4 - 1,5 = -1,1 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_K^{III} = M_5 - M_4 + M_1 = 0,4 - 1,5 + 1,8 = 0,7 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

По полученным числовым значениям строим эпюру крутящих моментов (рисунок 27, а).

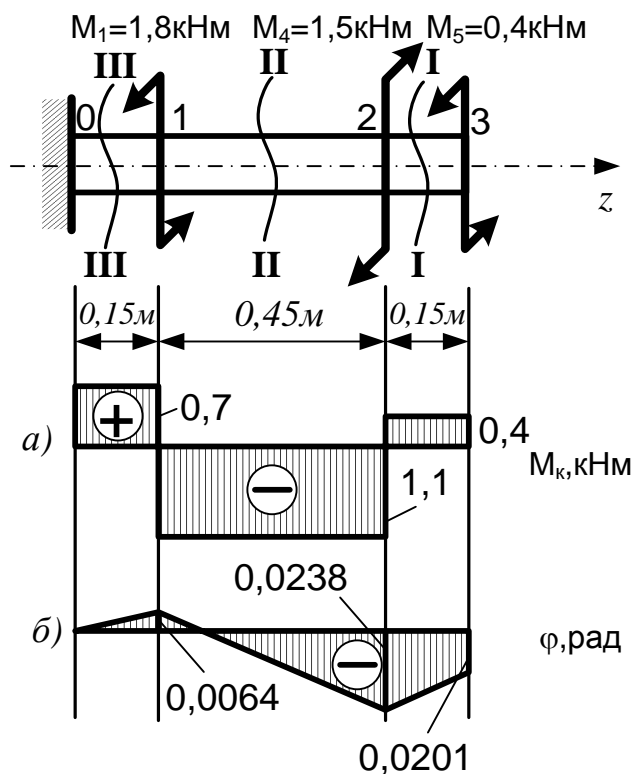


Рисунок 27

По эпюре крутящих моментов определяем максимальное значение

$$|M_K^{max}| = 1,1 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Запишем условие прочности

$$\tau_{max} = \frac{|M_K^{max}|}{W_\rho^{\text{круг}}} \leq R_S \quad .$$

Выразим из условия прочности момент сопротивления

$$W_\rho^{\text{круг}} \geq \frac{|M_K^{max}|}{R_S}.$$

Подставим последнее неравенство числовые данные и определим значение момента сопротивления

$$W_\rho^{\text{круг}} \geq \frac{1,1 \text{ кН} \cdot \text{м}}{100 \text{ МПа}} = \frac{1,1 \text{ кН} \cdot \text{м}}{100 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}} = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 = 11 \text{ см}^3;$$

$$W_\rho^{\text{круг}} = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2 d^3.$$

Подставим эту формулу в условие прочности: $0,2 d^3 \geq 11 \text{ см}^3$.

Решим это неравенство и определим диаметр круга:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{11}{0,2}} \text{ см} \approx 3,8 \text{ см}.$$

Для дальнейшего решения задачи подсчитаем полярный момент инерции по формуле:

$$J_\rho^{\text{круг}} = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot (3,8 \cdot 10^{-2} \text{ м})^4}{32} \approx 2,046 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4.$$

Построим эпюру углов закручивания. Эту эпюру будем строить от жесткой заделки, поэтому на рисунке пронумеруем границы участков слева направо.

Так как закрепление жесткое, то $\varphi_0 = 0$.

$$\varphi_{0-1} = \frac{M_K^{III} \cdot 0,15 \text{ м}}{G J_\rho^{\text{круг}}} = \frac{0,7 \text{ кН} \cdot \text{м} \cdot 0,15 \text{ м}}{8 \cdot 10^7 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \cdot 2,046 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4} \approx 0,0064 \text{ рад}.$$

$$\begin{aligned}\varphi_{0-2} &= \varphi_{0-1} + \varphi_{1-2} = 0,0064 + \frac{M_K^{II} \cdot 0,45\text{м}}{GJ_\rho^{\text{круг}}} = \\ &= 0,0064 + \frac{-1,1 \text{ кН} \cdot \text{м} \cdot 0,45\text{м}}{8 \cdot 10^7 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \cdot 2,046 \cdot 10^{-7} \text{м}^4} \approx 0,0064 - 0,0302 = \\ &= -0,0238 \text{рад.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varphi_{0-3} &= \varphi_{0-2} + \varphi_{2-3} = -0,0238 + \frac{M_K^I \cdot 0,15\text{м}}{GJ_\rho^{\text{круг}}} = \\ &= -0,0238 + \frac{0,4 \text{ кН} \cdot \text{м} \cdot 0,15\text{м}}{8 \cdot 10^7 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \cdot 2,046 \cdot 10^{-7} \text{м}^4} \approx -0,0238 + 0,0037 = \\ &= -0,0201 \text{рад.}\end{aligned}$$

Найдем наибольший относительный угол закручивания (на один метр длины вала)

$$\theta_{\max} = \frac{M_K^{\max}}{GJ_\rho^{\text{круг}}} = \frac{1,1 \text{ кН} \cdot \text{м}}{8 \cdot 10^7 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \cdot 2,046 \cdot 10^{-7} \text{м}^4} \approx -0,0672 \text{рад.}$$

Ответ: Наибольший относительный угол закручивания 0,0672рад.

Глава 4 ИЗГИБ ПРЯМЫХ СТЕРЖНЕЙ

4.1 Внутренние усилия при изгибе прямых стержней. Правила знаков

Плоский изгиб возникает в том случае, если сосредоточенные силы, моменты, распределенные нагрузки действуют в плоскости, которая совпадает с одной из плоскостей симметрии балки (рисунок 28).

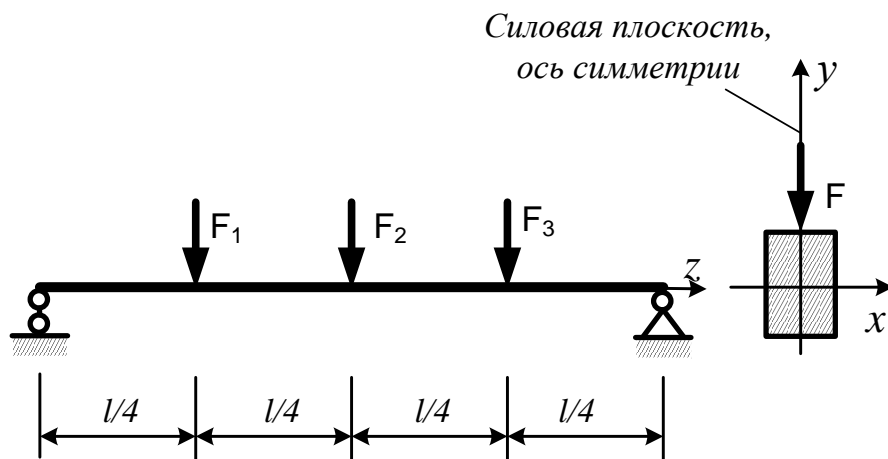


Рисунок 28

При плоском изгибе в каждом сечении балки возникает два внутренних силовых фактора – поперечная сила Q_y и изгибающий момент M_x (рисунок 29). Вычисление изгибающего момента и поперечной силы в произвольном сечении производится с помощью метода сечений, то есть путем рассмотрения равновесия отсеченной части стержня.

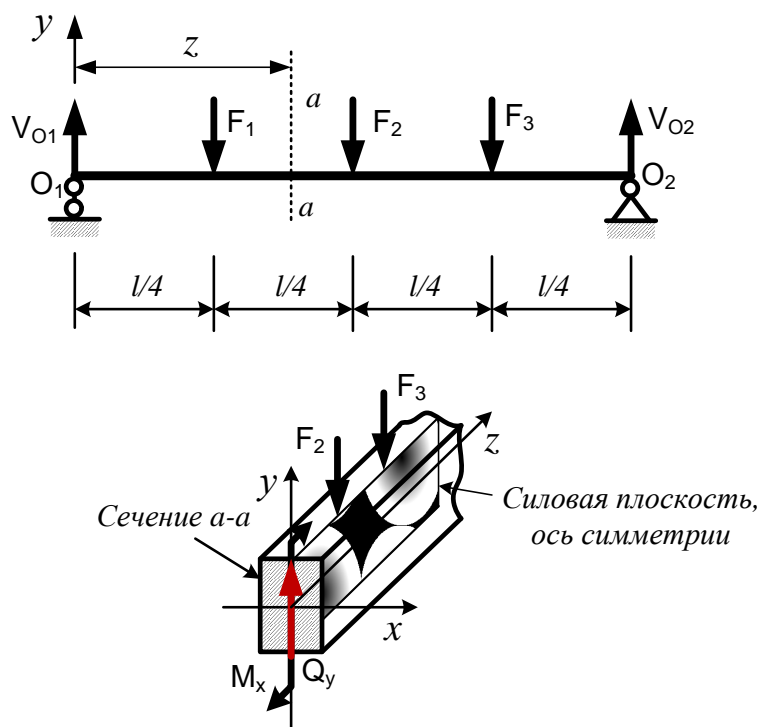


Рисунок 29

Например, для балки, изображённой на рисунке 29:

Для левой части: $\sum \text{пр. } y = V_{O_1} - F_1 - Q_y = 0; Q_y = V_{O_1} - F_1.$

Для правой части: $\sum \text{пр. } y = V_{O_2} - F_3 - F_2 + Q_y = 0; Q_y = -V_{O_2} + F_3 + F_2.$

Поперечная сила в любом поперечном сечении (например, $a-a$) равна алгебраической сумме всех внешних сил, действующих по одну сторону от проведенного сечения. Определяя поперечную силу в данном сечении, внешние силы, лежащие справа от сечения, берём со знаком «плюс», если они направлены вниз, и со знаком «минус», если – вверх, (для левой отсечённой части наоборот), рисунок 30.

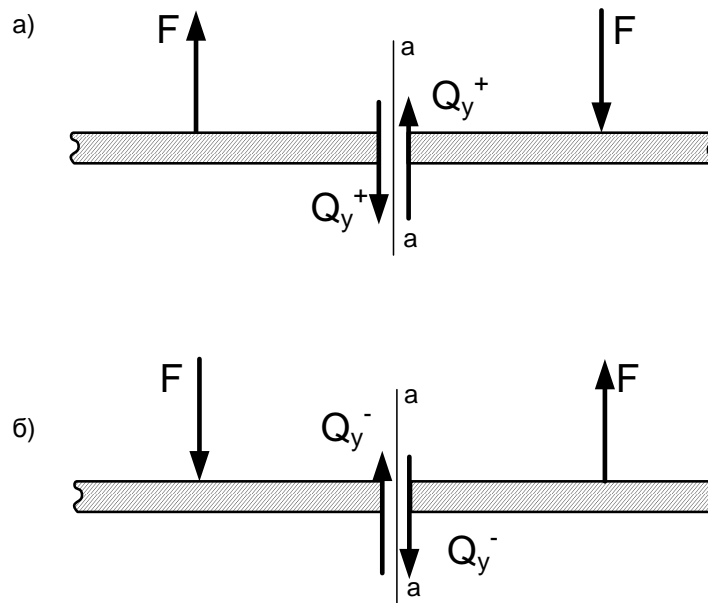


Рисунок 30

Изгибающий момент в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил действующих по одну сторону от сечения относительно той из главных центральных осей этого сечения, которая перпендикулярна плоскости нагружения.

Изгибающий момент в любом поперечном сечении балки, например, в сечении $a-a$ (рисунок 31) считается положительным, если результирующий момент от действия всех левых внешних сил направлен по часовой стрелке, а от правых внешних сил – против часовой стрелки (рисунок 31, a), в противном случае (рисунок 31, $б$) изгибающий момент считается отрицательным.

Например, для балки, изображённой на рисунке 29:

Для левой части: $\sum \text{мом сеч. } (a - a) = V_{O_1} \cdot z - F_1 \cdot \left(z - \frac{l}{4}\right) - M_x = 0;$

$$M_x = V_{O_1} \cdot z - F_1 \cdot \left(z - \frac{l}{4}\right).$$

Для правой части: $\sum \text{мом сеч. } (a - a) = V_{O_2} \cdot z - F_3 \cdot \left(z - \frac{l}{4}\right) - F_2 \cdot \left(z - \frac{l}{2}\right) - M_x = 0;$

$$M_x = V_{O_2} \cdot z - F_3 \cdot \left(z - \frac{l}{4}\right) - F_2 \cdot \left(z - \frac{l}{2}\right).$$

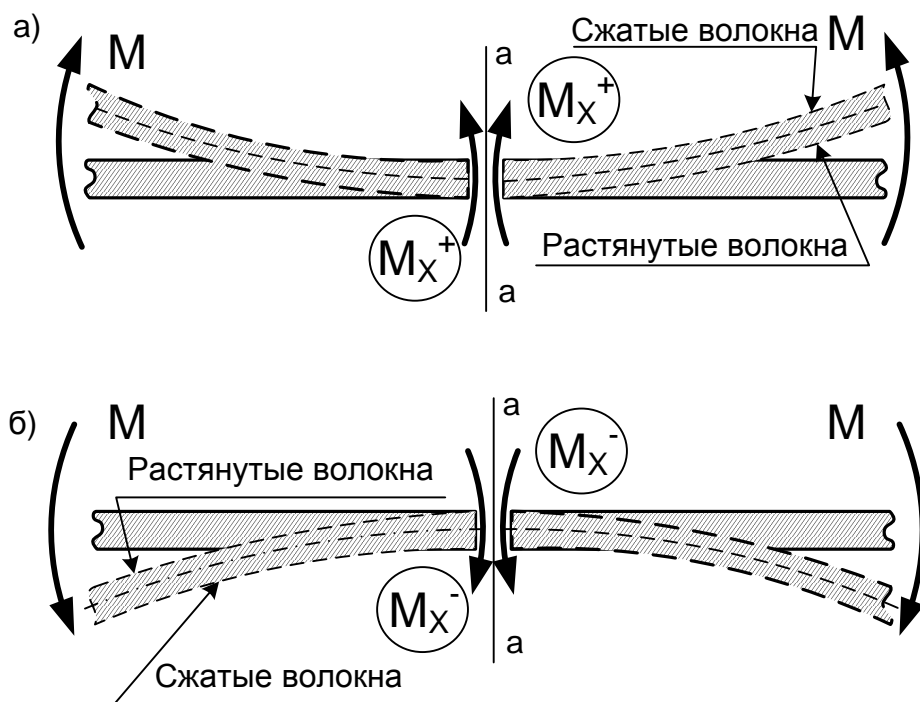


Рисунок 31

В строительных вузах принято строить эпюры изгибающих моментов со стороны растянутых волокон, то есть изгибающий момент считается положительным, если он вызывает растяжение нижних волокон и положительную эпюру откладываем вниз от базовой линии эпюры (рисунок 32).

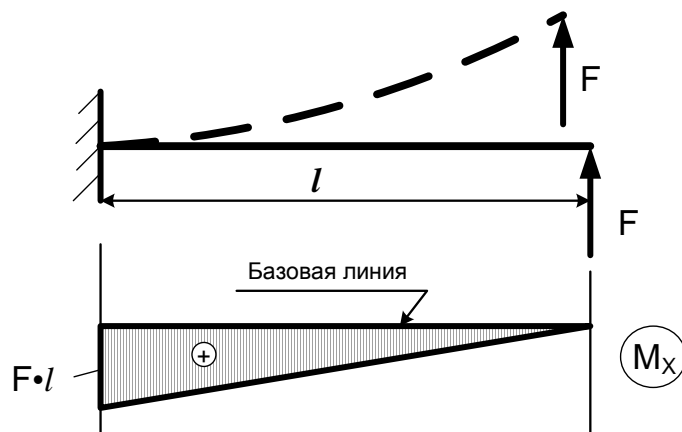


Рисунок 32

Решение любой задачи на изгиб начинается с определения реакций опор. Но для консоли (балки, защемленной одним концом, см. рисунок 32),

можно не определять реакции опоры, рассматривая всегда равновесие отсеченной свободной части балки.

4.2 Построение эпюр внутренних усилий при изгибе прямых стержней

Построение эпюр производится следующим образом. Балка разбивается на *грузовые участки*, границами которых служат точки приложения сосредоточенных сил и сосредоточенных моментов, а также места изменения интенсивности распределенной нагрузки.

На каждом участке берётся какое-либо произвольное сечение на расстоянии z от начала координат, и для этого сечения составляются выражения для Q_y и M_x . Получаем функциональные зависимости $Q_y = f_1(z)$ и $M_x = f_2(z)$. Начало координат можно брать на левом, либо на правом концах балки, в начале или в конце любого участка. Придавая z несколько значений на каждом участке, получаем соответствующие значения Q_y и M_x , по которым строятся эпюры.

Пример 1. Для балки на двух шарнирных опорах (рисунок 33) построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

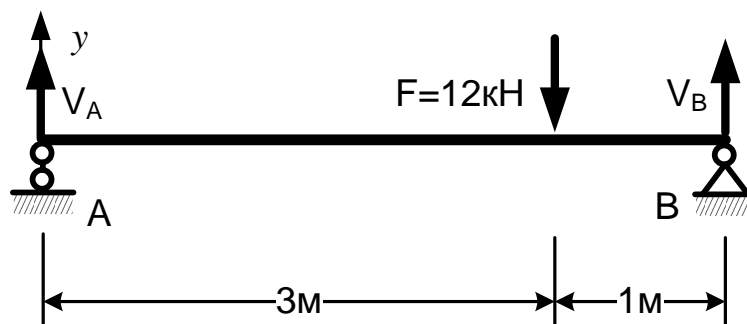


Рисунок 33

Решение. Из условий равновесия найдём опорные реакции:

$$\begin{aligned} \sum \text{mom} A &= -F \cdot 3 + V_B \cdot 4 = 0; & V_B &= \frac{F \cdot 3}{4} = 9 \text{ кН}; \\ \sum \text{mom} B &= F \cdot 1 - V_A \cdot 1 = 0; & V_A &= \frac{F \cdot 1}{4} = 3 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Горизонтальная реакция опоры B равна нулю, так как нет наклонных или горизонтальных внешних сил, поэтому далее о ней упоминать в аналогичных задачах не будем.

Проверим результаты:

$$\sum \text{пр. } Y = V_A + V_B - F = 3 + 9 - 12 = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

Балка имеет два грузовых участка (рисунок 33).

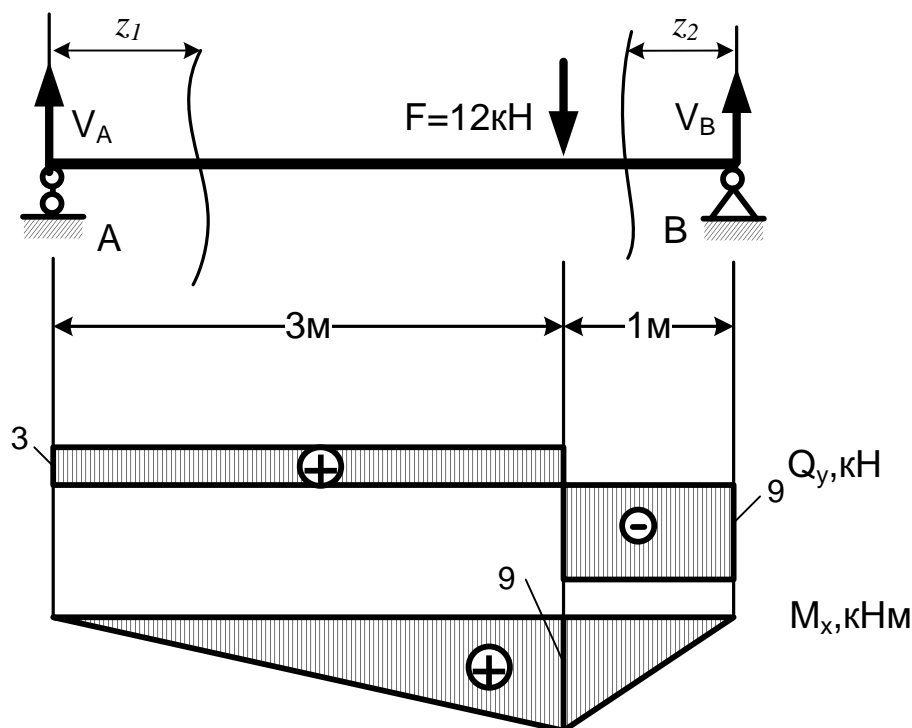


Рисунок 34

Используя метод сечений, найдём поперечные силы и изгибающие моменты на каждом грузовом участке (рисунок 34).

I участок ($0 \leq z_1 \leq 3 \text{ м}$):

$Q_y(z_1) = V_A = 3 \text{ кН}$ – эюра постоянна;

$M_x(z_1) = V_A \cdot z_1$, $M_x(0) = 0$; $M_x(3) = 3 \cdot 3 = 9 \text{ кН} \cdot \text{м}$ – эюра является графиком прямой линии, проходящей через начало координат (располагается слева).

II участок ($0 \leq z_2 \leq 1 \text{ м}$):

$Q_y(z_2) = -V_B = 9 \text{ кН}$ – эюра постоянна;

$M_x(z_2) = V_B \cdot z_2$, $M_x(0) = 0$; $M_x(1) = 9 \cdot 1 = 9 \text{ кН} \cdot \text{м}$ – эюра является графиком прямой линии, проходящей через начало координат (располагается справа).

По полученным ординатам построим эюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x (см. рисунок 34).

Правило контроля

эюр поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x №1:

Там, где приложена сосредоточенная сила, на эюре поперечных сил Q_y должен быть скачок на величину этой силы, а на эюре изгибающих моментов M_x – излом, в направлении этой силы.

На эюре Q_y в опорах A и B (см. рисунок 34) наблюдаются скачки на величины V_A и V_B . На границе участков (эюра Q_y) на величину внешней силы F в сторону действия этой силы, а на эюре изгибающих моментов M_x – излом, в направлении этой силы.

Пример 2. Для балки на двух шарнирных опорах (рисунок 35) построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

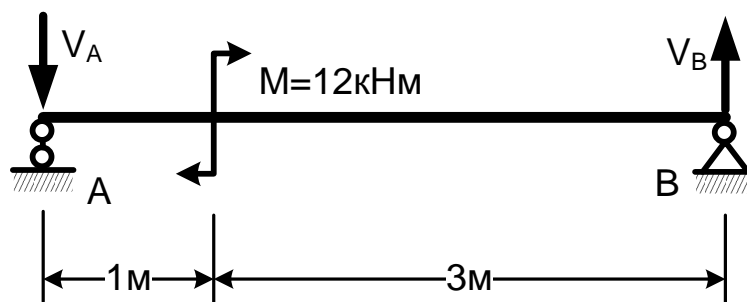


Рисунок 35

Решение. Из условий равновесия найдём опорные реакции:

$$\sum \text{mom} A = -M + V_B \cdot 4 = 0, V_B = \frac{M}{4} = 3 \text{ кН};$$

$$\sum \text{mom} B = -M + V_A \cdot 4 = 0, V_A = \frac{M}{4} = 3 \text{ кН}.$$

Проверим результаты:

$$\sum \text{пр. } Y = V_A + V_B = -3 + 3 = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

Балка имеет два грузовых участка (рисунок 36).

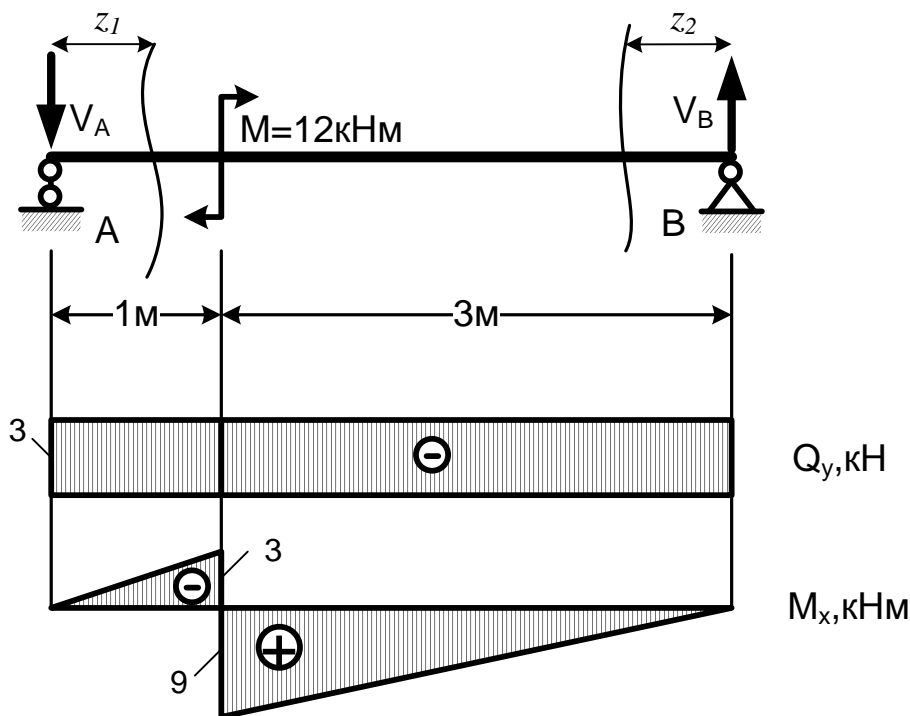


Рисунок 36

Используя метод сечений, найдём поперечные силы и изгибающие моменты на каждом грузовом участке (рисунок 36).

I участок ($0 \leq z_1 \leq 1 \text{ м}$):

$$Q_y(z_1) = -V_A = -3\text{кН};$$

$$M_x(z_1) = -V_A \cdot z_1, \quad M_x(0) = 0; \quad M_x(1) = -3 \cdot 1 = -3\text{кН} \cdot \text{м}.$$

II участок ($0 \leq z_2 \leq 3\text{м}$):

$$Q_y(z_2) = -V_B = 9\text{кН};$$

$$M_x(z_2) = V_B \cdot z_2, \quad M_x(0) = 0; \quad M_x(3) = 3 \cdot 3 = 9\text{кН} \cdot \text{м}.$$

По полученным ординатам построим эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x (см. рисунок 36).

Правило контроля

эпюр поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x №2:

Там, где приложен сосредоточенный момент, на эпюре поперечных сил Q_y изменений не будет, а на эпюре изгибающих моментов M_x – скачок на величину момента внешней пары сил M .

На эпюре Q_y в опорах А и В (см. рисунок 36) наблюдаются скачки на величины V_A и V_B . На границе участков на эпюре Q_y изменений нет, а на эпюре изгибающих моментов M_x – скачок на величину момента внешней пары сил M .

Пример 3. Для консольной балки (рисунок 37) построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

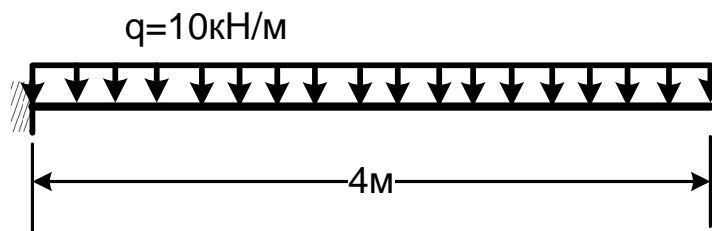


Рисунок 37

Решение. Балка консольная, в жёсткой заделке возникают три реакции, которые можно не вычислять, если строить эпюры от свободного конца балки. Значения реакций получим в результате построения эпюр Q_y и M_x .

Балка имеет один грузовой участок (рисунок 37).

Методом сечений найдём (рисунок 38).

$$0 \leq z_1 \leq 4\text{м} :$$

$Q_y(z_1) = q \cdot z_1; \quad Q_y(0) = 0; \quad Q_y(4) = 10 \cdot 4 = 40\text{кН}$ – эпюра, является графиком прямой линии, проходящей через начало координат (располагается справа).

$M_x(z_1) = -q \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{2}, \quad M_x(0) = 0; \quad M_x(4) = -10 \cdot \frac{4^2}{2} = -80\text{кН} \cdot \text{м}$ – эпюра, является графиком квадратной параболы, так как координата z_1 возведена во вторую степень.

По полученным ординатам построим эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x (см. рисунок 38).

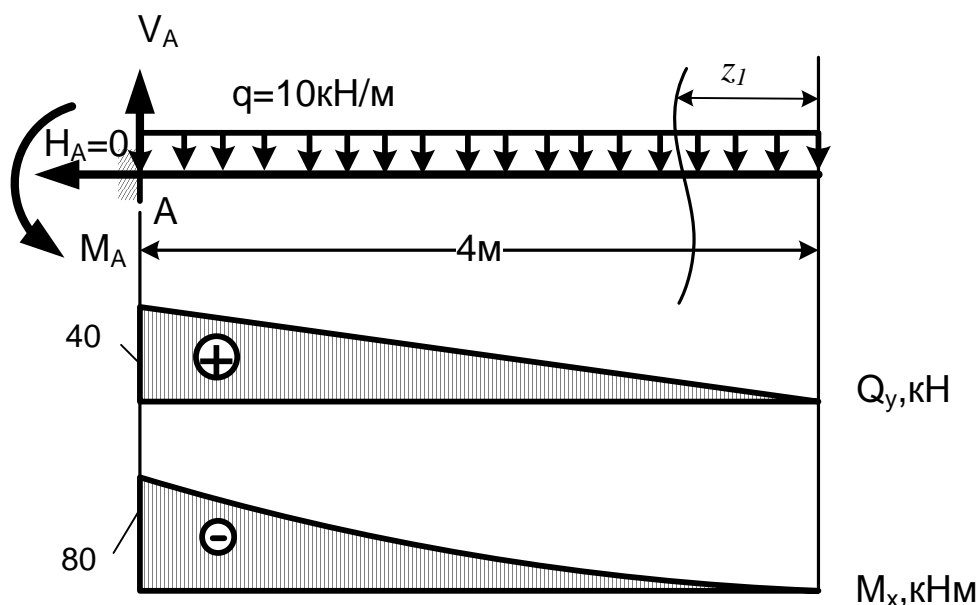


Рисунок 38

**Правило контроля
эпюр поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x №3:**

Там, где приложена равномерно распределённая нагрузка интенсивностью q , на эпюре поперечных сил Q_y будет прямая наклонная линия, а на эпюре изгибающих моментов M_x – квадратная парабола, выпуклость которой направлена так же, как и интенсивность равномерно распределённой нагрузки.

На эпюре Q_y в опоре А наблюдается скачок на величину V_A , а на эпюре изгибающих моментов M_x – скачок на величину реактивного момента M_A . На эпюре поперечных сил Q_y прямая наклонная линия, а на эпюре изгибающих моментов M_x – квадратная парабола, выпуклость которой направлена так же, как и интенсивность равномерно распределённой нагрузки.

Пример 4. Для балки на двух шарнирных опорах (рисунок 39) построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

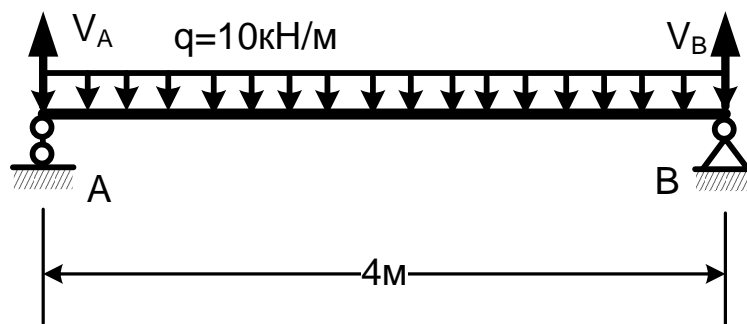


Рисунок 39

Решение. В силу симметрии нагрузки $V_A = V_B = \frac{ql}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20 \text{ кН}$.
Балка имеет один грузовой участок (рисунок 39).

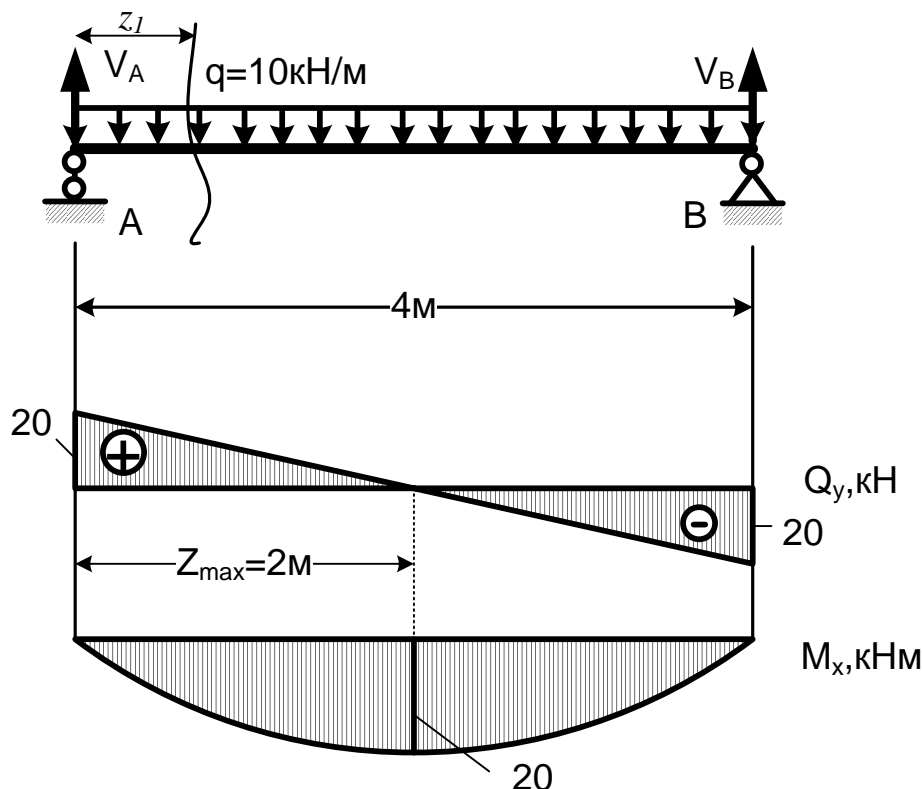


Рисунок 40

Применим метод сечений (рисунок 40).

$$0 \leq z_1 \leq 4 \text{ м} :$$

$$Q_y(z_1) = V_A - q \cdot z_1; \quad Q_y(0) = V_A = 20 \text{ кН}; \quad Q_y(4) = 20 - 10 \cdot 4 = -20 \text{ кН}.$$

$$M_x(z_1) = V_A \cdot z_1 - q \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{2}; \quad M_x(0) = 0; \quad M_x(4) = 0.$$

Наибольший изгибающий момент будет в сечении, соответствующем абсциссе z_{max} , которую вычислим приравняв нулю первую производную от $M_x(z_1)$ по z_1 :

$$\frac{dM_x}{dz_1} = V_A - q \cdot z_{max} = 0; \quad z_{max} = \frac{V_A}{q} = \frac{20}{10} = 2 \text{ м}.$$

$$M_x(z_{max}) = V_A \cdot z_{max} - q \cdot z_{max} \cdot \frac{z_{max}}{2}, \quad M_x(2) = 20 \cdot 2 - 10 \cdot \frac{2^2}{2} = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По полученным ординатам построим эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x (см. рисунок 40).

Правило контроля

эпюр поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x №4:

Там, где поперечная сила меняет свой знак, на эпюре изгибающих моментов будет экстремальное значение (так как, поперечная сила является первой производной от изгибающего момента, см. рисунок 40).

В вышеприведённых простейших примерах построение эпюр поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x выполнялось с предварительным составлением аналитического выражения закона изменения Q_y или M_x по длине балки, являющихся функциями от положения сечения, определяемого его абсциссой z .

Для более сложных случаев нагружения балок целесообразнее строить эпюры Q_y и M_x по **характерным точкам (сечениям)**, являющимися границами участков нагружения; промежуточные же значения Q_y и M_x следует определять только в отдельных случаях. Ниже приведём примеры построения эпюр Q_y и M_x по характерным точкам.

4.3 Осевые моменты инерции простейших сечений

Для материалов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию, например для стали, дерева и других, обычно применяют сечения симметричные относительно нейтральной оси (рисунок 41), и тогда

$$h_1 = h_2 = \frac{h}{2},$$

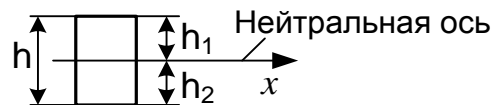


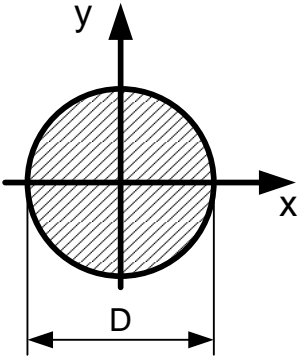
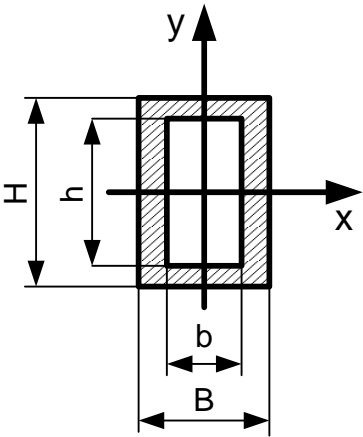
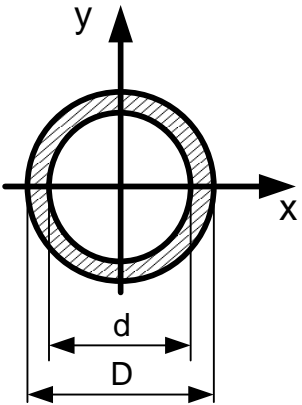
Рисунок 41

а величина $J_x \cdot \frac{h}{2} = W_x$ называется осевым моментом сопротивления и является геометрической характеристикой поперечного сечения, определяющей его прочность при изгибе. Момент сопротивления вычисляют в m^3, cm^3, mm^3 .

Для удобства в расчётах используют готовые формулы осевых моментов сопротивления простейших сечений, которые мы приведём в таблице 4.1.

Таблица 4.1

Сечение	Осевые моменты сопротивления
	$W_x = \frac{bh^2}{6};$ $W_y = \frac{b^2h}{6}.$

Сечение	Осевые моменты сопротивления
	$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32}.$
	$W_x = \frac{BH^3 - bh^3}{6H};$ $W_y = \frac{B^3H - b^3h}{6B}.$
	$W_x = W_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D}$ $\approx 0,1 \frac{(D^4 - d^4)}{D}.$

4.4 Условие прочности по нормальным напряжениям

Для балок из пластичного материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, выгодно использовать балки с сечениями, имеющими две оси симметрии. В этом случае условие прочности имеет вид

$$\sigma = \frac{M_{max}}{W_x} \leq \gamma_c R, \tag{4.1}$$

где M_{max} – наибольший по абсолютной величине изгибающий момент от действия расчётных нагрузок, то есть с учётом коэффициента надёжности по нагрузке γ_f ;

γ_c – коэффициент условий работы, с помощью которого учитываются конструктивные особенности и виды нагружения сооружений. Коэффициент γ_c может быть больше или меньше единицы;

W_x – осевой момент сопротивления сечения.

Сечение балки, в котором действует наибольший по абсолютной величине изгибающий момент, называется опасным сечением.

При расчёте на прочность элементов конструкций, работающих на изгиб, решаются следующие задачи: 1) проверка прочности балки; 2) подбор сечения; 3) определение несущей способности (грузоподъёмности) балки, то есть определение значений нагрузок, при которых наибольшие напряжения в опасном сечении балки не превышают $\gamma_c R$.

Решение первой задачи сводится к проверке выполнения условия прочности при известных нагрузках, форме и размерах сечения и свойствах материала.

Решение второй задачи сводится к определению размеров сечения заданной формы при известных нагрузках и свойствах материала. Вначале из условия прочности (4.1) определяется величина требуемого момента сопротивления

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{\gamma_c R}, \quad (4.2)$$

а затем устанавливаются размеры сечения.

Для прокатных профилей (двутавры, швеллеры) по величине момента сопротивления подбор сечения производится по сортаменту.

При решении третьей задачи по определению грузоподъёмности балки вначале из условия прочности (4.1) находится величина допускаемого момента по формуле

$$M_{adm} \leq \gamma_c R W_x. \quad (4.3)$$

Затем изгибающий момент M_{adm} в опасном сечении выражается через приложенные к балке нагрузки и из полученного выражения определяется допускаемая нагрузка F_{adm} . Например, для стальной двутавровой балки №30, изображённой на рисунке 42, при $R = 210 \text{ МПа}$, $\gamma_c = 0,9$, $W_x = 472 \text{ см}^3$ находим

$$M_{adm} \leq 0,9 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 472 \cdot 10^{-6} = 89208 \text{ Н} \cdot \text{м} \approx 89,2 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По эпюре изгибающих моментов находим

$$M_{adm} = Fl \leq 89,2 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad F_{adm} \leq \frac{89,2}{1,5} \approx 59,5 \text{ кН}.$$

Величины нормативных и расчётных сопротивлений приведены в соответствующих разделах строительных норм и правил (СНиП).

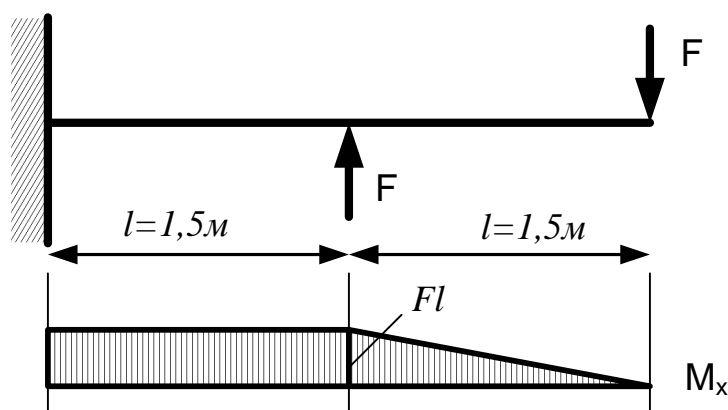


Рисунок 42

Следует обратить внимание на то, что в отличие от СНиПа, в расчётной формуле коэффициент условий работы γ_c будем принимать равным единице.

Это будем делать из-за отсутствия сведений о назначении элементов строительных конструкций и для получения единообразных формул при расчёте конструкций из различных материалов (стали прокатной фасонной, стали арматурной, алюминия, дерева и т.д.).

Пример 4.1. Для заданных двух схем балок построить эпюры внутренних усилий.

Для схемы *a* (рисунок 43) из условия прочности подобрать сечение трёх типов: 1) двутавр; 2) прямоугольник (отношение высоты к ширине равно 2); 3) круг. Сравнить веса балок. $R = 160 \text{ МПа}$.

Для схемы *б* (рисунок 45) из условия прочности подобрать сечение из двух швеллеров (I). $R = 210 \text{ МПа}$ (в качестве примера рассмотрим вариант 280).

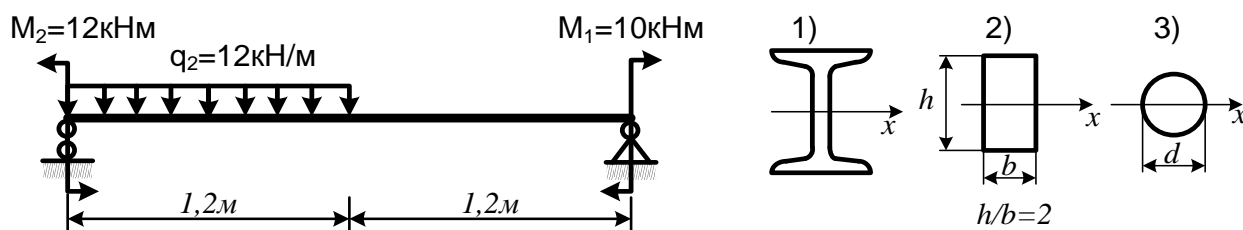


Рисунок 43

Решение для схемы а. Определяем реакции опор (рисунок 44). Первоначально выбираем произвольное направление реакций, если реакция получится с минусом, то изменим направление на противоположное, а про минус забываем.

$$\sum \text{mom}_{o_1} : M_2 - M_1 - q_2 \cdot 1,2 \cdot \frac{1,2}{2} + V_2 \cdot 2,4 = 0 \Rightarrow V_2 \approx 2,77 \text{ кН.}$$

$$\sum \text{mom}_{o_2} : M_2 - M_1 + q_2 \cdot 1,2 \cdot \frac{1,2}{2} - V_1 \cdot 2,4 = 0 \Rightarrow V_1 \approx 11,63 \text{ кН.}$$

Выполним проверку: $V_1 + V_2 - q_2 \cdot 1,2 = 0$, $11,63 + 2,77 - 12 \cdot 1,2 = 0$.

Реакции определены правильно.

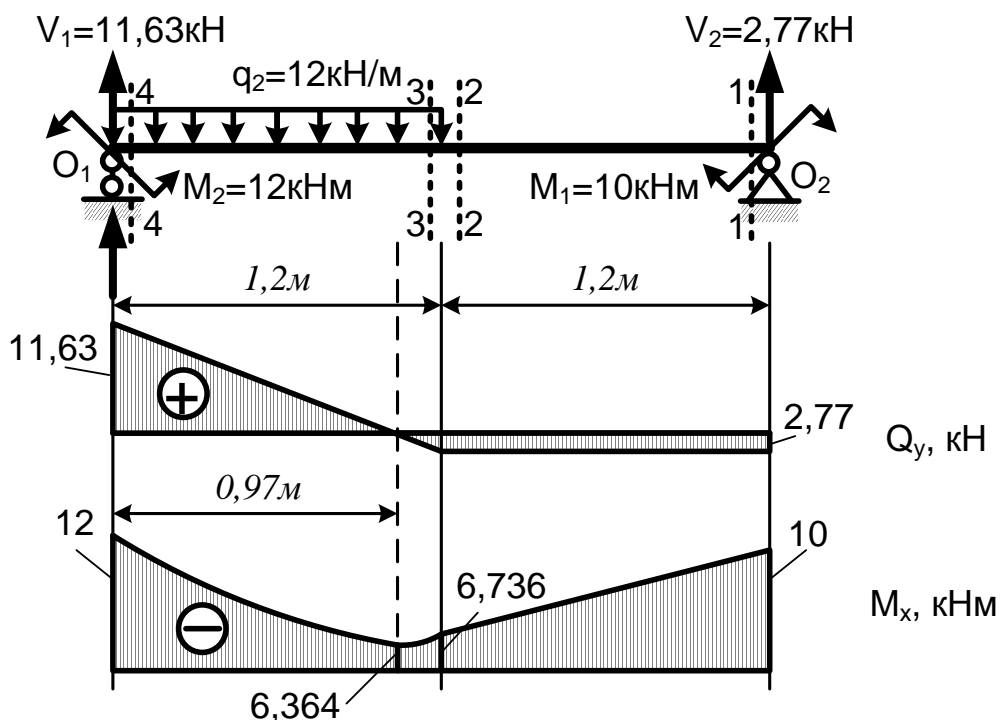


Рисунок 44

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов выполним с использованием метода сечений. Разделим балку на участки. Границами участков будут места приложения сосредоточенных сил и моментов, места начала и конца действия распределенных нагрузок. Далее на каждом участке возьмем два сечения близкие к границам и определим поперечные силы и изгибающие моменты, в соответствии с правилом знаков (см. правило знаков на стр. 36-37).

$$Q_y^{(1)} = -V_2 = -2,77 \text{ кН;}$$

$$Q_y^{(2)} = -V_2 = -2,77 \text{ кН;}$$

$$Q_y^{(3)} = -V_2 = -2,77 \text{ кН;}$$

$$Q_y^{(4)} = +V_1 = 11,63 \text{ кН.}$$

$$M_x^{(1)} = -M_1 = -10 \text{ кН} \cdot \text{м;}$$

$$M_x^{(2)} = -M_1 + V_2 \cdot 1,2 = -6,736 \text{ кН} \cdot \text{м;}$$

$$M_x^{(3)} = -M_1 + V_2 \cdot 1,2 = -6,736 \text{ кН} \cdot \text{м;}$$

$$M_x^{(4)} = -M_2 = -12 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Так как эпюра поперечных сил меняет свой знак, то в сечении, где $Q_y = 0$, на эпюре изгибающих моментов надо рассчитать экстремум.

Составим аналитическое выражение для поперечной силы в сечении

$$Q_y(z_{max}) = 0,$$

$$Q_y(z) = V_1 - q_2 \cdot z_{max} = 0,$$

$$Q_y(z) = 11,63 - 12 \cdot z_{max} = 0 \Rightarrow z_{max} = \frac{11,63}{12} \approx 0,97 \text{ м.}$$

Определим численное значение момента в этом сечении

$$M(z_{max}) = -M_2 + V_1 \cdot z_{max} - q_2 \cdot z_{max} \cdot \frac{z_{max}}{2}.$$

Подставим в последнее выражение $z_{max} = 0,97 \text{ м}$ и получим

$$M(z_{max}) = -12 + 11,63 \cdot 0,97 - 12 \cdot 0,97 \cdot \frac{0,97}{2} = -6,364 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

По эпюре изгибающих моментов определяем положение опасного сечения

$$| M_x^{max} | = 12 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Запишем условие прочности по нормальным напряжениям

$$\sigma_{max} = \frac{M_x^{max}}{W_x} \leq R.$$

Выразим из этого условия момент сопротивления $W_x \geq \frac{M_x^{max}}{R}$ и определим его числовое значение

$$W_x \geq \frac{M_x^{max}}{R} = \frac{12 \text{ кН} \cdot \text{м}}{160 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}} \approx 0,075 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 75 \text{ см}^3.$$

Для того, чтобы подобрать двутавровое сечение, соответствующее предыдущему условию, в сортаменте (приложение А, стр. 167) смотрим колонку W_x .

ГОСТ 8239-72 двутавр №14 $W_x = 81, \text{ см}^3, A = 17,4 \text{ см}^2$.

Для того, чтобы подобрать размеры прямоугольного сечения, надо из таблицы 4.1(см. стр. 44) выписать формулу для подсчета момента сопротивления и учесть условие задачи, связанное с отношением сторон.

С учетом условия $\frac{h}{b} = 2$ имеем

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3}.$$

Подставим это выражение в условие прочности и определим ширину прямоугольного сечения

$$\frac{2b^3}{3} \geq 75 \text{ см}^3 \Rightarrow b \geq \sqrt[3]{\frac{75 \cdot 3}{2}} \approx 4,83 \text{ см}, A = bh \approx 46,66 \text{ см}^2.$$

По аналогии определим диаметр круга.

Запишем формулу для определения момента сопротивления:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$$

$$0,1d^3 \geq 75\text{см}^3 \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{75}{0,1}} \approx 9,1\text{см}, \quad A = \frac{\pi d^2}{4} \approx 65\text{см}^2.$$

Сравним веса балок:

$$\frac{A_{\text{двутавр}}}{A_{\text{двутавр}}} : \frac{A_{\text{прямоугольник}}}{A_{\text{двутавр}}} : \frac{A_{\text{круг}}}{A_{\text{двутавр}}} = 1 : \frac{46,66}{17,4} : \frac{65}{17,4} = 1 : 2,68 : 3,74.$$

Ответ: Двутавровая балка в 3,74 раза легче, чем круглого сечения.

Решение для схемы б.

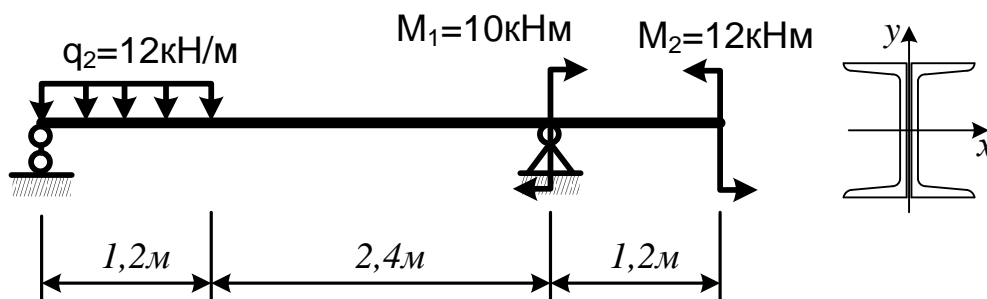


Рисунок 45

Вычислим реакции опор. Первоначально выбираем произвольное направление реакций (вверх), если реакция получится с минусом, то изменим направление на расчетной схеме на противоположное, а про минус забываем.

$$\sum \text{mom}_{o_1} : M_2 - M_1 - q_2 \cdot 1,2 \cdot \frac{1,2}{2} + V_2 \cdot 3,6 = 0 \Rightarrow V_2 \approx 1,844\text{кН}.$$

$$\sum \text{mom}_{o_2} : M_2 - M_1 + q_2 \cdot 1,2 \cdot \left(\frac{1,2}{2} + 2,4\right) - V_1 \cdot 3,6 = 0 \Rightarrow V_1 \approx 12,556\text{кН}.$$

Выполним проверку: $V_1 + V_2 - q_2 \cdot 1,2 = 0$, $12,556 + 1,844 - 12 \cdot 1,2 = 0$.

Реакции определены правильно.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов выполним с использованием метода сечений. Разделим балку на участки. Границами участков будут места приложения сосредоточенных сил и моментов, места начала и конца действия распределенных нагрузок. Далее на каждом участке возьмем два сечения близкие к границам и определим поперечные силы и

изгибающие моменты, в соответствии с правилом знаков (см. правило знаков на стр. 36-37).

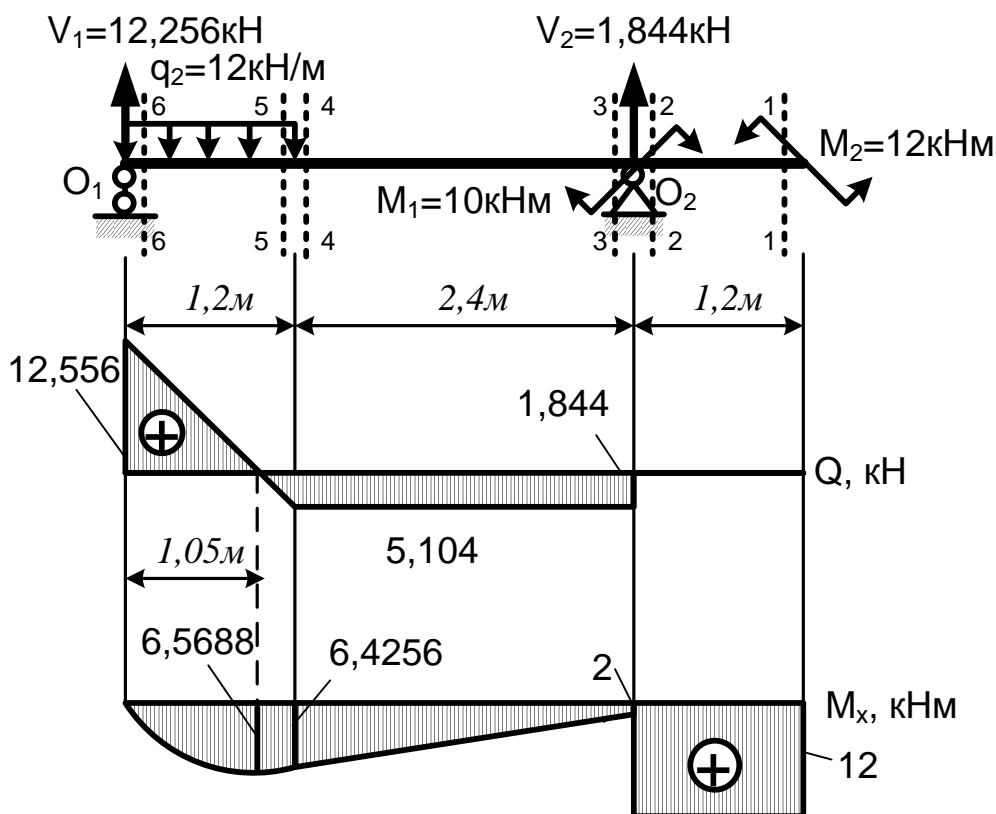


Рисунок 46

$$Q_y^{(1)} = 0;$$

$$Q_y^{(2)} = 0;$$

$$Q_y^{(3)} = -V_2 = -1,844 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(4)} = -V_2 = -1,844 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(5)} = -V_2 = -1,844 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(6)} = V_1 = 12,556 \text{ кН};$$

$$M_x^{(1)} = M_2 = 12 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(2)} = M_2 = 12 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(3)} = M_2 - M_1 = 12 - 10 = 2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(4)} = M_2 - M_1 + V_2 \cdot 2,4 = 12 - 10 + 1,844 \cdot 2,4 = 6,4256 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(5)} = M_2 - M_1 + V_2 \cdot 2,4 = 12 - 10 + 1,844 \cdot 2,4 = 6,4256 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(6)} = 0.$$

Так как эпюра поперечных сил пересекает нулевую линию, то в сечении, где $Q_y = 0$, на эпюре изгибающих моментов надо рассчитать экстремум.

Составим аналитическое выражение для поперечной силы в сечении

$$Q_y(z_{max}) = 0,$$

$$Q_y(z_{max}) = V_1 - q_2 \cdot z_{max} = 0,$$

$$Q_y(z_{max}) = 12,556 - 12 \cdot z_{max} = 0 \Rightarrow z_{max} \approx 1,05 \text{ м.}$$

Определим численное значение момента в этом сечении

$$M(z_{max}) = V_1 \cdot z_{max} - q_2 \cdot z_{max} \cdot \frac{z_{max}}{2}.$$

Подставим в последнее выражение $z_{max} \approx 0,95 \text{ м}$ и получим

$$M(z_{max}) = 12,556 \cdot 1,05 + 12 \cdot 1,05 \cdot \frac{1,05}{2} = 6,5688 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

По эпюре изгибающих моментов определяем положение опасного сечения

$$| M_x^{max} | = 12 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Запишем условие прочности по нормальным напряжениям

$$\sigma_{max} = \frac{| M_x^{max} |}{W_x} \leq R.$$

Выразим из этого условия момент сопротивления $W_x \geq \frac{| M_x^{max} |}{R}$, учитывая

$$W_x^{II} = 2W_x^I$$

и определим его числовое значение

$$W_x^I \geq \frac{| M_x^{max} |}{2R} = \frac{12 \text{ кН} \cdot \text{м}}{2 \cdot 210 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}} \approx 0,0286 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 28,6 \text{ см}^3.$$

Для того, чтобы подобрать швеллер, соответствующий предыдущему условию, надо в сортаменте (приложение А, стр. 169) посмотреть колонку W_x .

Ответ: ГОСТ 8240-72 швеллер №10, $W_x^{№10} = 34,8 \text{ см}^3$.

Пример 4.2. Для заданных двух схем балок построить эпюры внутренних усилий.

Для схемы *a* (рисунок 47) проверить прочность балки в опасном сечении, если поперечное сечение кольцо с внешним диаметром D и толщиной стенки

t , внутренний диаметр – d , который вычисляем по формуле:

$$D - 2t = d.$$

$R = 160 \text{ МПа}$ (в качестве примера рассмотрим вариант 107).

Для схемы б (рисунок 49) подобрать из условия прочности интенсивность допускаемой нагрузки. $R = 10 \text{ МПа}$ (для профилей типа круг и квадрат, изготовленных из дерева) (в качестве примера рассмотрим вариант 953).

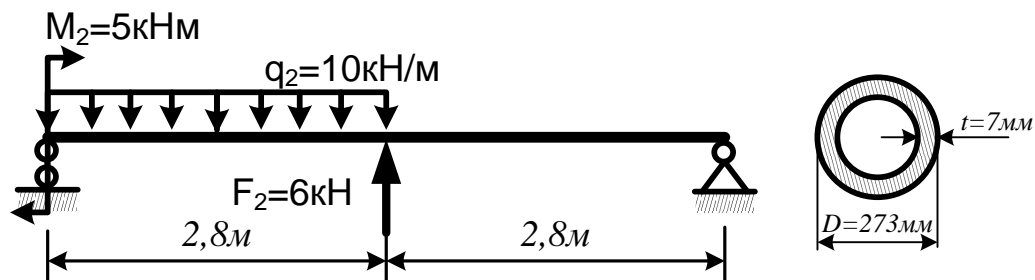


Рисунок 47

Решение для схемы а. Вычислим реакции опор. Первоначально выбираем произвольное направление реакций (рисунок 48). Если реакция получится с минусом, то изменим направление на противоположное, а про минус забываем.

$$\sum \text{mom}_{o_1} : -M_2 - q_2 \cdot 2,8 \cdot \frac{2,8}{2} + F_2 \cdot 2,8 + V_2 \cdot 5,6 = 0;$$

$$\sum \text{mom}_{o_1} : -5 - 10 \cdot 2,8 \cdot \frac{2,8}{2} + 6 \cdot 2,8 + V_2 \cdot 5,6 = 0 \Rightarrow V_2 \approx 4,89 \text{ кН.}$$

$$\sum \text{mom}_{o_2} : -M_2 + q_2 \cdot 2,8 \cdot \left(\frac{2,8}{2} + 2,8\right) - F_2 \cdot 2,8 - V_1 \cdot 5,6 = 0;$$

$$\sum \text{mom}_{o_2} : -5 + 10 \cdot 2,8 \cdot \left(\frac{2,8}{2} + 2,8\right) - 6 \cdot 2,8 - V_1 \cdot 5,6 = 0 \Rightarrow V_1 \approx 17,11 \text{ кН.}$$

Выполним проверку:

$$V_1 + V_2 + F_2 - q_2 \cdot 2,8 = 0, \quad 17,11 + 4,89 + 6 - 10 \cdot 2,8 = 0.$$

Реакции определены правильно.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов выполним с использованием метода сечений. Разделим балку на участки. Границами участков будут места приложения сосредоточенных сил и моментов, места начала и конца действия распределенных нагрузок. Далее на каждом участке возьмем два сечения близкие к границам и вычислим поперечные силы и изгибающие моменты, в соответствии с правилом знаков (см. правило знаков на стр. 36-37).

$$Q_y^{(1)} = -V_2 = -4,89 \text{ кН;}$$

$$Q_y^{(2)} = -V_2 = -4,89 \text{ кН;}$$

$$Q_y^{(3)} = -V_2 + F_2 = -4,89 - 6 = -10,89 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(4)} = V_1 = 17,11 \text{ кН};$$

$$M_x^{(1)} = 0;$$

$$M_x^{(2)} = V_1 \cdot 2,8 \approx 4,89 \cdot 2,8 \approx 13,69 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(3)} = V_1 \cdot 2,8 \approx 4,89 \cdot 2,8 \approx 13,69 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(4)} = M_2 = 5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

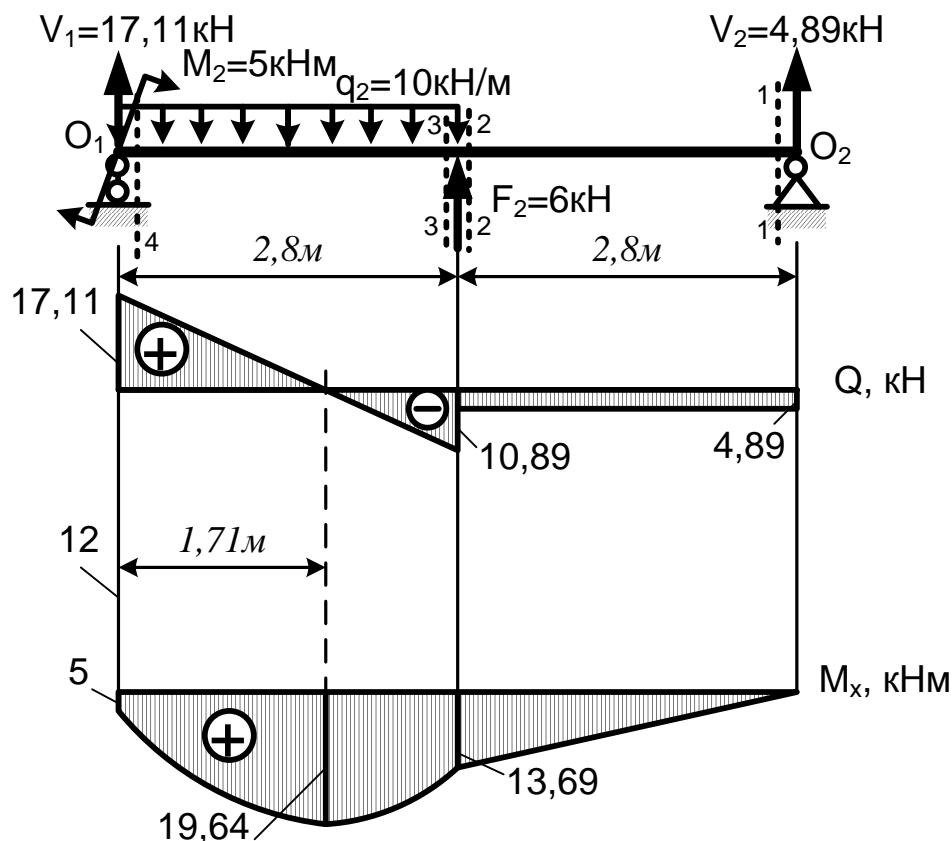


Рисунок 48

Так как эюра поперечных сил пересекает нулевую линию (рисунок 48), то в сечении, где $Q_y = 0$, на эюре изгибающих моментов надо рассчитать экстремум.

Составим аналитическое выражение для поперечной силы в сечении

$$Q_y(z_{max}) = 0,$$

$$Q_y(z_{max}) = V_1 - q_2 \cdot z_{max} = 0,$$

$$Q_y(z_{max}z) = 17,11 - 10 \cdot z_{max} = 0 \Rightarrow z_{max} \approx 1,71 \text{ м}.$$

Определим численное значение момента в этом сечении

$$M(z_{max}) = M_2 + V_1 \cdot z_{max} - q_2 \cdot z_{max} \cdot \frac{z_{max}}{2}.$$

Подставим в последнее выражение $z_{max} \approx 0,95 \text{ м}$ и получим

$$M(z_{max}) = 5 + 17,11 \cdot 1,71 - 10 \cdot 1,71 \cdot \frac{1,71}{2} \approx 19,64 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Проверим прочность балки. Опасное сечение определяем по эпюре моментов $|M_x^{max}| = 19,64 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Определим величину момента сопротивления сечения

$$W_x^{\text{кольцо}} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D} = \frac{3,14 \cdot (27,4^4 - 25,9^4)}{32 \cdot 27,4} \approx 379,1 \text{ см}^3 = 379,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Запишем условие прочности по нормальным напряжениям

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x^{max}|}{W_x} \leq R.$$

$$\frac{19,64 \text{ кН} \cdot \text{м}}{379,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3} \leq 160 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \text{ или } 51,81 \text{ МПа} \leq 160 \text{ МПа}.$$

Ответ: Условие прочности выполняется.

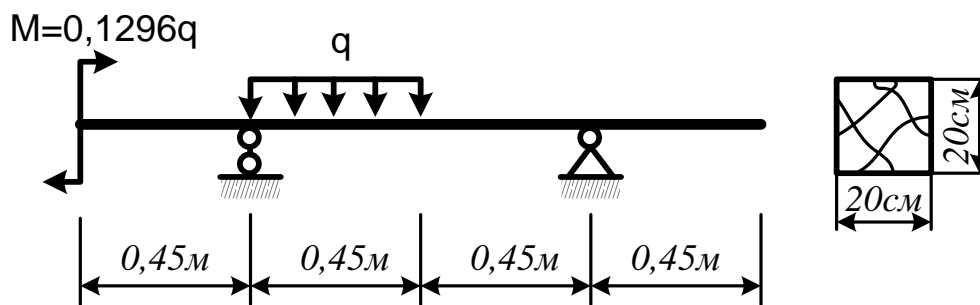


Рисунок 49

Решение для схемы б. Определяем реакции опор. Первоначально выбираем произвольное направление реакций (вверх). Если реакция получится с минусом, то изменим направление на противоположное, а про минус забываем (рисунок 50).

$$\sum \text{mom}_{o_1} : -q \cdot 0,45 \cdot \frac{0,45}{2} + V_2 \cdot 0,9 - M = 0;$$

$$\sum \text{mom}_{o_1} : -q \cdot 0,45 \cdot \frac{0,45}{2} + V_2 \cdot 0,9 - 0,1296q = 0; \Rightarrow V_2 = 0,2565q.$$

$$\sum \text{mom}_{o_2} : -M - V_1 \cdot 0,9 + q \cdot 0,45 \cdot \left(\frac{0,45}{2} + 0,45 \right) = 0;$$

$$\sum m_{O_2} : -0,1296q - V_1 \cdot 0,9 + q \cdot 0,45 \cdot \left(\frac{0,45}{2} + 0,45 \right) = 0 \Rightarrow V_2 = 0,1935q.$$

Выполним проверку:

$$V_1 + V_2 - q_2 \cdot 0,45 = 0, 0,1935q + 0,2565q - 2,96 + 0,45q = 0.$$

Реакции определены правильно.

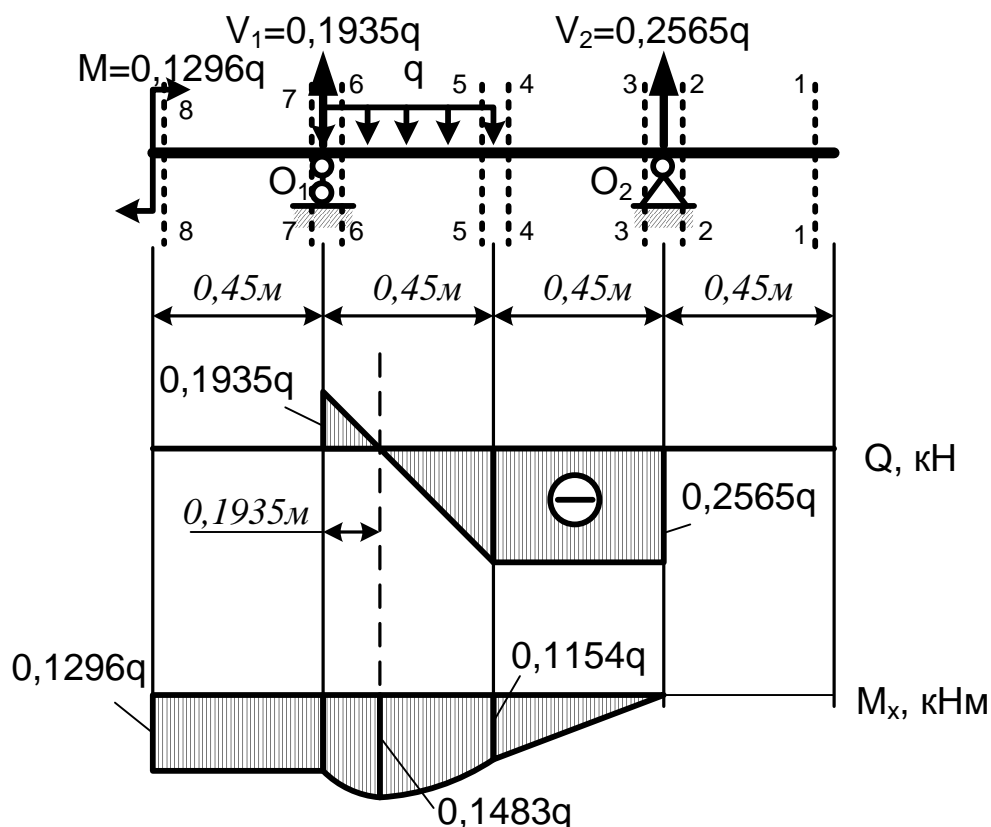


Рисунок 50

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов выполним с использованием метода сечений. Разделим балку на участки. Границами участков будут места приложения сосредоточенных сил и моментов, места начала и конца действия распределенных нагрузок. Далее на каждом участке возьмем два сечения близкие к границам и определим поперечные силы и изгибающие моменты, в соответствии с правилом знаков (см. правило знаков на стр. 36-37).

$$Q_y^{(1)} = 0;$$

$$Q_y^{(2)} = 0;$$

$$Q_y^{(3)} = -V_2 = -0,2565q;$$

$$Q_y^{(4)} = -V_2 = -0,2565q;$$

$$Q_y^{(5)} = -V_2 = -0,2565q;$$

$$Q_y^{(6)} = V_1 = -0,1935q;$$

$$Q_y^{(7)} = 0;$$

$$Q_y^{(8)} = 0.$$

$$M_x^{(1)} = 0;$$

$$M_x^{(2)} = 0;$$

$$M_x^{(3)} = 0;$$

$$M_x^{(4)} = V_2 \cdot 0,45 = 0,2565q \cdot 0,45 \approx 0,115q;$$

$$M_x^{(5)} = V_2 \cdot 0,45 = 0,2565q \cdot 0,45 \approx 0,115q;$$

$$M_x^{(6)} = M = 0,1296q;$$

$$M_x^{(7)} = M = 0,1296q;$$

$$M_x^{(8)} = M = 0,1296q.$$

Так как эпюра поперечных сил меняет свой знак, то в сечении, где $Q_y = 0$, на эпюре изгибающих моментов надо рассчитать экстремум.

Составим аналитическое выражение для поперечной силы в сечении

$$Q_y(0,45 + z_{max}) = 0,$$

$$Q_y(0,45 + z_{max}) = V_1 - q_2 \cdot z_{max} = 0,$$

$$Q_y(z_{max}) = 0,1935q - q \cdot z_{max} = 0 \Rightarrow z_{max} \approx 0,1935\text{м}.$$

Определим численное значение момента в этом сечении

$$\begin{aligned} M(0,45 + z_{max}) &= M + V_1 \cdot z - q \cdot z_{max} \cdot \frac{z_{max}}{2} = \\ &= 0,1296q + 0,1935q \cdot 0,1935 - q \cdot \frac{0,1935^2}{2} \approx 0,1483q. \end{aligned}$$

Это и является максимальным значением на эпюре изгибающих моментов

$$| M_x^{max} | = 0,1483q.$$

Определим величину момента сопротивления сечения (см. таблицу 4.1)

$$W_x^{\text{квадрат}} = \frac{20^3}{6} \approx 1333,3\text{см}^3 = 1333,3 \cdot 10^{-6}\text{м}^3.$$

Запишем условие прочности по нормальным напряжениям

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x^{max}|}{W_x} \leq R.$$

$$\frac{0,1483q}{1333,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3} \leq 160 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2};$$

$$q_{adm} \leq \frac{160 \cdot 10^3 \cdot 1333,3 \cdot 10^{-6}}{0,1483} = 143,9 \frac{\text{кН}}{\text{м}}.$$

Ответ: Интенсивность допускаемой нагрузки $q_{adm} = 143,9 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$.

Глава 5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ. УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ

При изгибе ось балки искривляется и, следовательно, точки, лежащие на ней, получают некоторые перемещения, которые, однако, настолько малы по сравнению с длиной балки, что направления их можно считать перпендикулярными первоначальному положению балки. Эти перемещения называются прогибами (линейные перемещения).

Кривая, в которую обращается первоначальная ось балки под действием внешних сил, называется изогнутой осью балки, или упругой линией (рисунок 51).

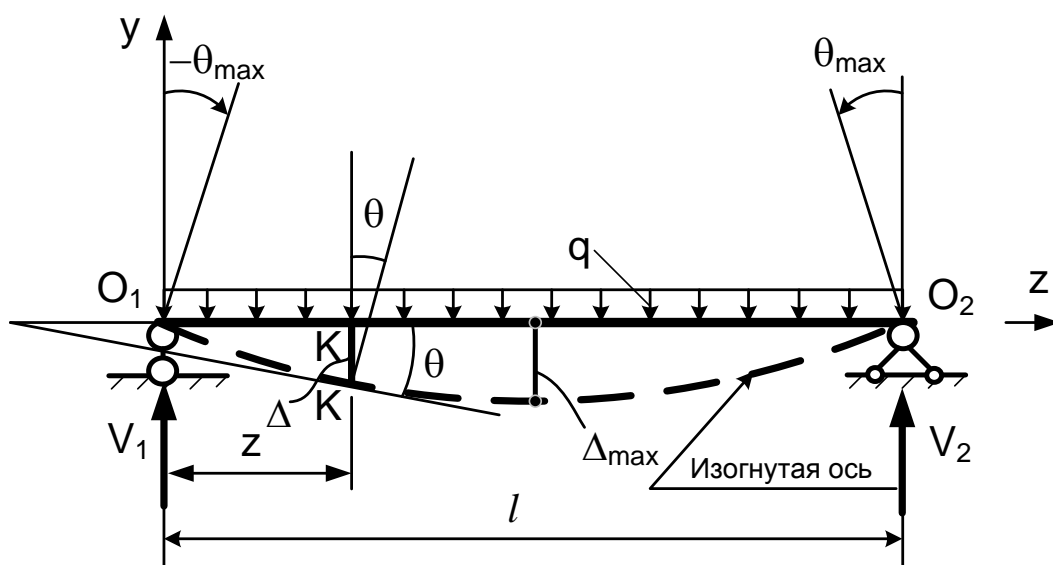


Рисунок 51

Прогибы (Δ) в разных сечениях имеют неодинаковые значения и зависят от расстояния z от принятого начала координат, например, совпадающего с точкой O_1 , то есть $\Delta = f(z)$.

Угол, составленный касательной к любой точке изогнутой оси с первоначальным её положением, условимся обозначать θ .

На основании гипотезы плоских сечений, пренебрегая искривлением сечений балки при поперечном изгибе, будем считать, что поперечное сечение балки, проведённое через произвольную точку K первоначальной оси, поворачивается при изгибе балки на тот же угол θ . Следовательно, угол θ выражает угловое перемещение поперечного сечения балки при изгибе и называется углом поворота сечения балки.

Часто балки, хотя и удовлетворяют условию прочности, но не обладают необходимой жёсткостью, вследствие чего изогнутая ось имеет значительную кривизну и её прогибы получаются недопустимо большими. Во многих случаях такие прогибы могут нарушать нормальную эксплуатацию здания или сооружения, например, вследствие недопустимо большого прогиба балок междуэтажных перекрытий последние становятся зыбкими. В результате этого может произойти растрескивание, и даже

обрушение штукатурки потолков. Или, например, из-за чрезмерных прогибов подкрановых балок может произойти недопустимое уширение крановых путей и, как следствие этого – сход с рельсов мостового крана.

Отсюда понятно, какое большое значение придают соблюдению допускаемых значений прогибов для некоторых изгибаемых элементов конструкций.

Поэтому балки перекрытий и других конструкций гражданских и промышленных зданий подбирают из условия жёсткости, для чего обычно задаётся наибольший допускаемый прогиб. Техническими условиями и нормами проектирования для различных классов зданий и сооружений установлены значения допускаемых прогибов $\frac{l}{150} \div \frac{l}{1000}$ пролёта балки, а в некоторых случаях и меньше (например, в перекрытиях промышленных зданий, в которых изготавливаются точные приборы и т.п.).

Условие жёсткости выражается формулой

$$\Delta \leq [\Delta],$$

где $[\Delta]$ – допускаемый прогиб.

Величины прогибов и углов поворота можно определять различными методами [1, 2, 6]. Основные две группы:

- 1) определяются законы изменения функций прогибов и углов поворота по длине балки (способ непосредственного интегрирования, метод начальных параметров – универсальная формула);
- 2) вычисляются значения этих величин в конкретных сечениях (метод единичных нагрузок – интеграл Мора).

5.1 Метод начальных параметров

Начальными параметрами называются значения усилий и перемещений в сечении балки, принятом за начальное при отсчёте абсцисс: другими словами, это значение ординат эпюр при $z = 0$ ($Q_{z=0}$; $M_{z=0}$; $\theta_{z=0}$; $\Delta_{z=0}$).

Сущность этого метода покажем на примере балки постоянного сечения, находящейся под действием сосредоточенного момента M , сосредоточенной силы F и равномерно распределённой нагрузки (рисунок 52).

Отсчёт абсцисс всех участков (сечений) должен вестись из определённого начала координат, а именно – от крайней левой точки оси балки (см. рисунок 52).

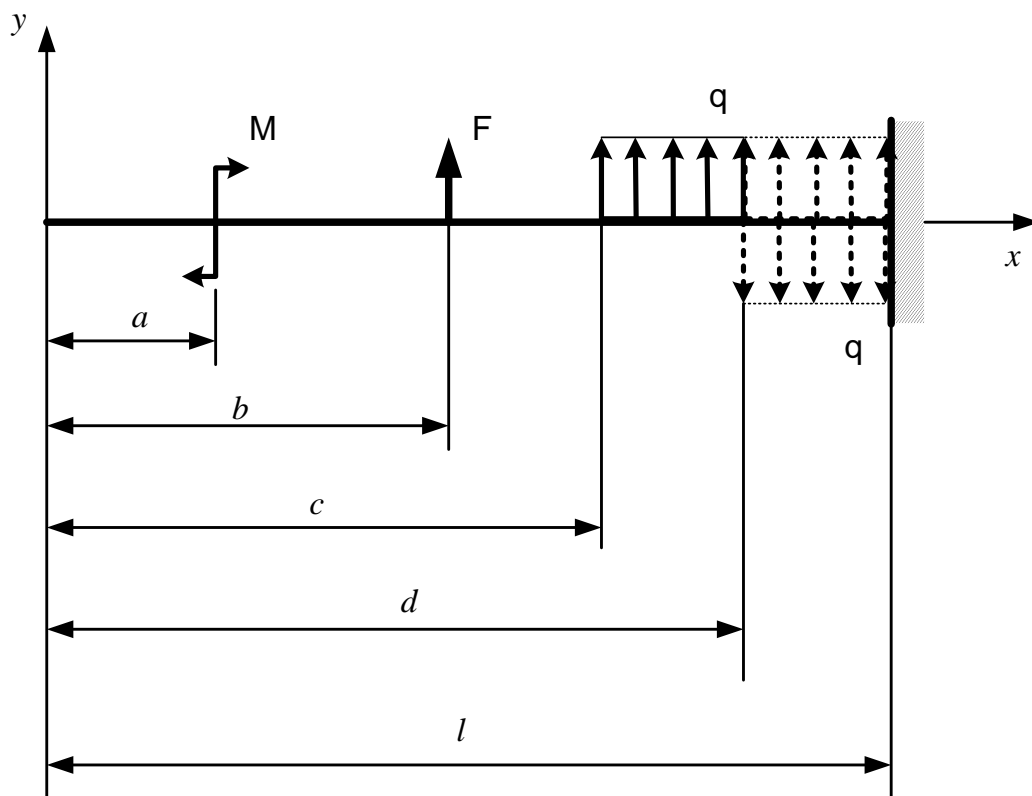


Рисунок 52

При наличии распределённой нагрузки, не доходящей до конца балки, её следует продолжить до конца балки, а чтобы не нарушать условия её работы – одновременно приложить нагрузку той же интенсивности и равную добавленной, но с обратным знаком, которая отмечена пунктирной линией (см. рисунок 52).

Для случаев многократного повторения указанных видов нагрузок, уравнения углов поворота и прогибов имеют вид:

$$EJ_x \cdot \theta = EJ_x \cdot \theta_0 + \sum M(z - a) + \sum F \frac{(z-b)^2}{2} + \sum q \frac{(z-c)^3}{6} - \sum q \frac{(z-d)^3}{6}; \quad (5.1)$$

$$EJ_x \cdot \Delta = EJ_x \cdot \Delta_0 + EJ_x \cdot \theta_0 \cdot z + \sum M \frac{(z-a)^2}{2} + \sum F \frac{(z-b)^3}{6} + \sum q \frac{(z-c)^4}{24} - \sum q \frac{(z-d)^4}{24}, \quad (5.2)$$

где θ_0, Δ_0 – соответственно угол поворота и прогиб на левом конце балки.

Заметим, что при определении углов поворота и прогибов в уравнениях (5.1) и (5.2) сохраняются только те члены, которые учитывают нагрузки, расположенные левее рассматриваемого сечения, с соответствующими знаками. В уравнениях (5.1) и (5.2) стоит только знак «плюс», так как на рисунке 52 указаны лишь положительные направления внешних воздействий, в противном случае берём знак «минус».

Начальные параметры θ_0, Δ_0 вычисляются из условий закрепления балки (опорных условий), а также из условий на границах смежных участков (граничные условия). При этом: а) каждая неподвижная или подвижная шарнирная опора даёт одно условие – равенство нулю прогиба в сечении

балки на опоре; б) от каждой жёсткой заделки (зашемления) можно получить два условия – равенство нулю прогибов и углов поворота в сечении заделки; в) от каждой границы двух смежных участков получаем два условия – равенство между собой прогибов и углов поворота общих сечений на границе обоих участков.

5.2 Метод единичных нагрузок

Метод единичных нагрузок – интеграл Максвелла-Мора – сводится, как правило, к «перемножению» эпюр изгибающих моментов от действительной и фиктивной (единичной) нагрузок.

Для вычисления перемещений по этому методу необходимо выполнить следующие действия:

1) строим эпюру изгибающих моментов для действительного состояния балки, то есть от заданной нагрузки (грузовая эпюра) (рисунок 53);

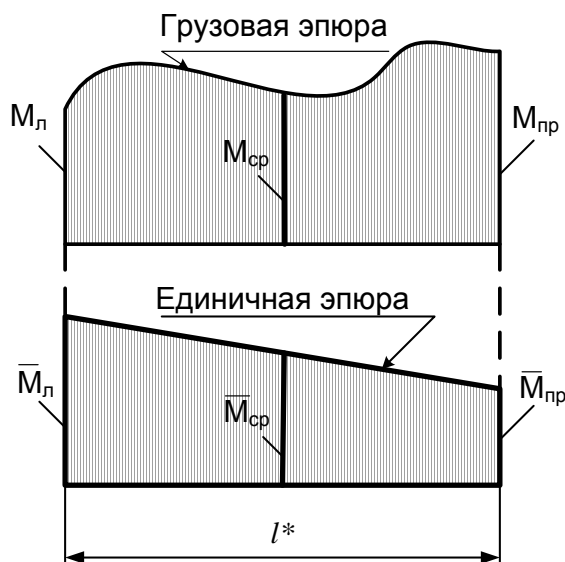


Рисунок 53

2) выбираем фиктивное состояние балки с единичной силой, приложенной в точке, где определяем перемещение и строим эпюру изгибающих моментов (единичная эпюра), если вычисляем прогиб и единичный момент, когда ищем угловое перемещение (рисунок 53);

3) определяем число участков перемножения (на каждом участке характер грузовой и единичной эпюр не должен меняться);

4) «перемножаем» эпюры по участкам, используя формулу Симпсона-Корноухова для подсчета интеграла Мора:

$$\Delta = \frac{l^*}{6EJ_x} (\bar{M}_л \cdot M_л + 4\bar{M}_ср \cdot M_ср + \bar{M}_пр \cdot M_пр),$$

где $\bar{M}_л, M_л$ – крайние левые ординаты на единичной и грузовой эпюре соответственно;

\bar{M}_{cp}, M_{cp} – средние ординаты на единичной и грузовой эпюре соответственно;

\bar{M}_{np}, M_{np} – крайние правые ординаты на единичной и грузовой эпюре соответственно;

EJ_x – жёсткость балки при изгибе;

l^* – длина участка перемножаемых эпюр (см. рисунок 53).

Пример 5.1. Для балок (рисунок 54 а и б) с выбранными по шифру 731 из табл. 7.7 (схема а) и табл. 7.8 (схема б) размерами и нагрузкой требуется построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Для балки а определить прогиб и угол поворота на конце консоли методом начальных параметров и методом единичных нагрузок, используя формулу Симпсона-Корноухова. Из условия жёсткости подобрать сечение – круг, если $[\Delta] = \frac{l}{500}$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Для балки б определить прогиб и угол поворота в указанной точке методом единичных нагрузок, используя формулу Симпсона-Корноухова. Проверить выполнение условия жесткости, если поперечное сечение кольцо с внешним диаметром D и толщиной стенки t , внутренний диаметр – d , который вычисляем по формуле: $D - 2t = d$.

$[\Delta] = \frac{l}{400}$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

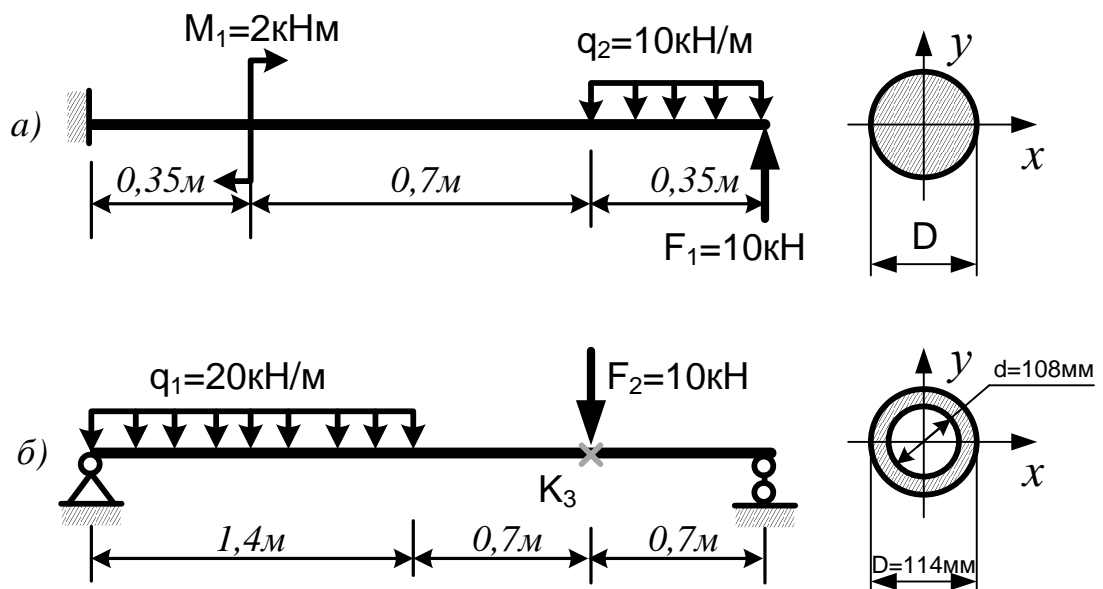


Рисунок 54

Решение для схемы а. Для решения задачи по методу начальных параметров необходимо знать значения опорных реакций (рисунок 55).

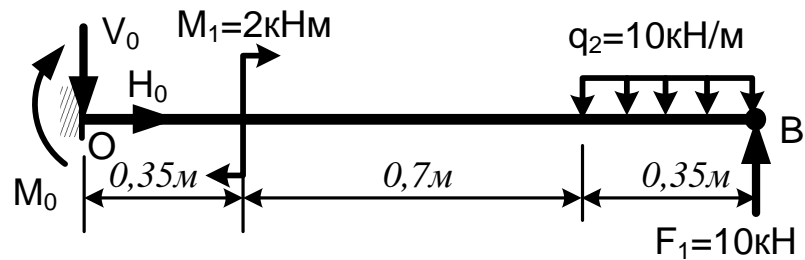


Рисунок 55

$$\begin{aligned} \sum \text{mom}_O &= -M_1 - q_2 \cdot 0,35 \cdot 1,225 + F_1 \cdot 1,4 - M_0 = 0; \\ M_0 &= -M_1 - q_2 \cdot 0,35 \cdot 1,225 + F_1 \cdot 1,4 = \\ &= -2 - 10 \cdot 0,35 \cdot 1,225 + 10 \cdot 1,4 = 7,7125 \text{кН} \cdot \text{м}; \\ \sum \text{mom}_B &= -M_0 + V_0 \cdot 1,4 + q_2 \cdot 0,35 \cdot 0,175 - M_1 = 0; \\ V_0 &= \frac{M_0 - q_2 \cdot 0,35 \cdot 0,175 + M_1}{1,4} = \\ &= \frac{7,7125 - 10 \cdot 0,35 \cdot 0,175 + 2}{1,4} = 6,5 \text{кН}; \end{aligned}$$

Проверка: $-V_0 + F_1 - q_2 \cdot 0,35 = -6,5 + 10 - 10 \cdot 3,5 = 0$.

Используя уравнения (5.1) и (5.2) запишем для нашей балки уравнения для определения углов поворота и прогибов:

$$\begin{aligned} EJ_x \cdot \theta_B &= EJ_x \cdot \theta_0 + M_0(z-0) - V_0 \frac{(z-0)^2}{2} + M_1(z-0,35) - q_2 \frac{(z-1,05)^3}{6}; \\ EJ_x \cdot \Delta_B &= EJ_x \cdot \Delta_0 + EJ_x \cdot \theta_0 \cdot z + M_0 \frac{(z-0)^2}{2} - V_0 \frac{(z-0)^3}{6} + M_1 \frac{(z-0,35)^2}{2} - q_2 \frac{(z-1,05)^4}{24}. \end{aligned}$$

В предложенной задаче на левом конце балки расположена жёсткая заделка, поэтому начальные параметры $\theta_0 = \Delta_0 = 0$. Так как необходимо найти прогиб и угол поворота на конце консоли, то есть в точке B, то координата $z = 1,4\text{м}$. С учётом этого, получим

$$\begin{aligned} EJ_x \cdot \theta_B &= M_0 \cdot 1,4 - V_0 \frac{1,4^2}{2} + M_1(1,4 - 0,35) - q_2 \frac{(1,4 - 1,05)^3}{6}; \\ EJ_x \cdot \Delta_B &= M_0 \frac{1,4^2}{2} - V_0 \frac{1,4^3}{6} + M_1 \frac{(1,4 - 0,35)^2}{2} - q_2 \frac{(1,4 - 1,05)^4}{24}; \\ EJ_x \cdot \theta_B &= 7,7125 \cdot 1,4 - 6,5 \frac{1,4^2}{2} + 2(1,4 - 0,35) - 10 \frac{(1,4 - 1,05)^3}{6} \approx 6,5; \\ \theta_B &= \frac{6,5}{EJ_x}; \\ EJ_x \cdot \Delta_B &= 7,7125 \cdot \frac{1,4^2}{2} - 6,5 \frac{1,4^3}{6} + 2 \frac{(1,4 - 0,35)^2}{2} - 10 \frac{(1,4 - 1,05)^4}{24} \approx 5,68; \end{aligned}$$

$$\Delta_B = \frac{5,68}{EJ_x}$$

При решении мы получили оба ответа со знаком «плюс», это значит, что угол поворота сечения B направлен против часовой стрелки, а вертикальное перемещение точки B (прогиб) направлено вверх.

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для данной балки (рисунок 56).

$$Q_y^{(1)} = -F_1 = -10 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(2)} = -F_1 + q_2 \cdot 0,35 = -6,5 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(3)} = -F_1 + q_2 \cdot 0,35 = -6,5 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(4)} = -F_1 + q_2 \cdot 0,35 = -6,5 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(5)} = -F_1 + q_2 \cdot 0,35 = -6,5 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(6)} = -F_1 + q_2 \cdot 0,35 = -6,5 \text{ кН}.$$

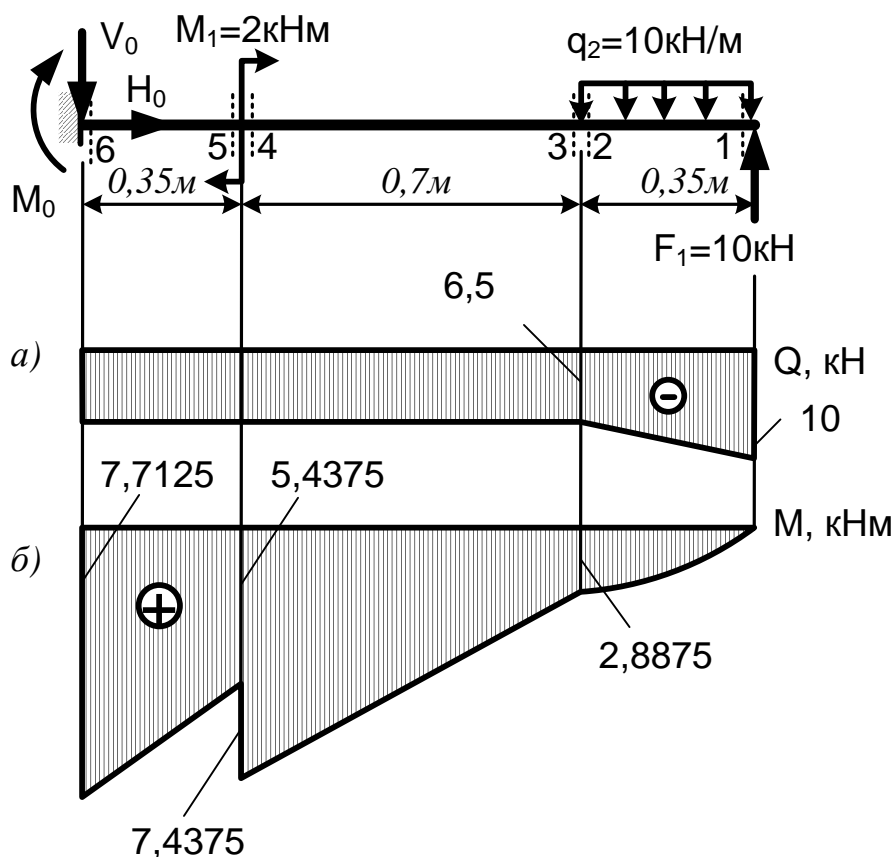


Рисунок 56

$$M_x^{(1)} = 0;$$

$$M_x^{(2)} = F_1 \cdot 0,35 - q_2 \cdot 0,35 \cdot \frac{0,35}{2} = 2,8875 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(3)} = M_x^{(2)} = 2,8875 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(4)} = F_1 \cdot 1,05 - q_2 \cdot 0,35 \cdot 0,875 = 7,4375 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(5)} = F_1 \cdot 1,05 - q_2 \cdot 0,35 \cdot 0,875 - M_1 = 7,4375 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(6)} = F_1 \cdot 1,4 - q_2 \cdot 0,35 \cdot 1,225 - M_1 = 7,7125 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Вычислим угол поворота и прогиб конца консоли, методом единичных нагрузок, используя для «перемножения» формулу Симпсона-Корноухова.

Для этого строим эпюру изгибающих моментов для действительного состояния балки, т.е. от заданной нагрузки (грузовая эпюра) (рисунок 57, а).

Далее выбираем фиктивные состояния балки с единичной силой, приложенной в точке, где определяем прогиб и единичным моментом для вычисления угла поворота (точка В) и строим эпюры изгибающих моментов (единичные эпюры) (рисунок 57, б и в).

$$\bar{M}_x^{(1)} = 0; \bar{M}_x^{(2)} = -\bar{F} \cdot 1,4 = -1,4 \text{ м}.$$

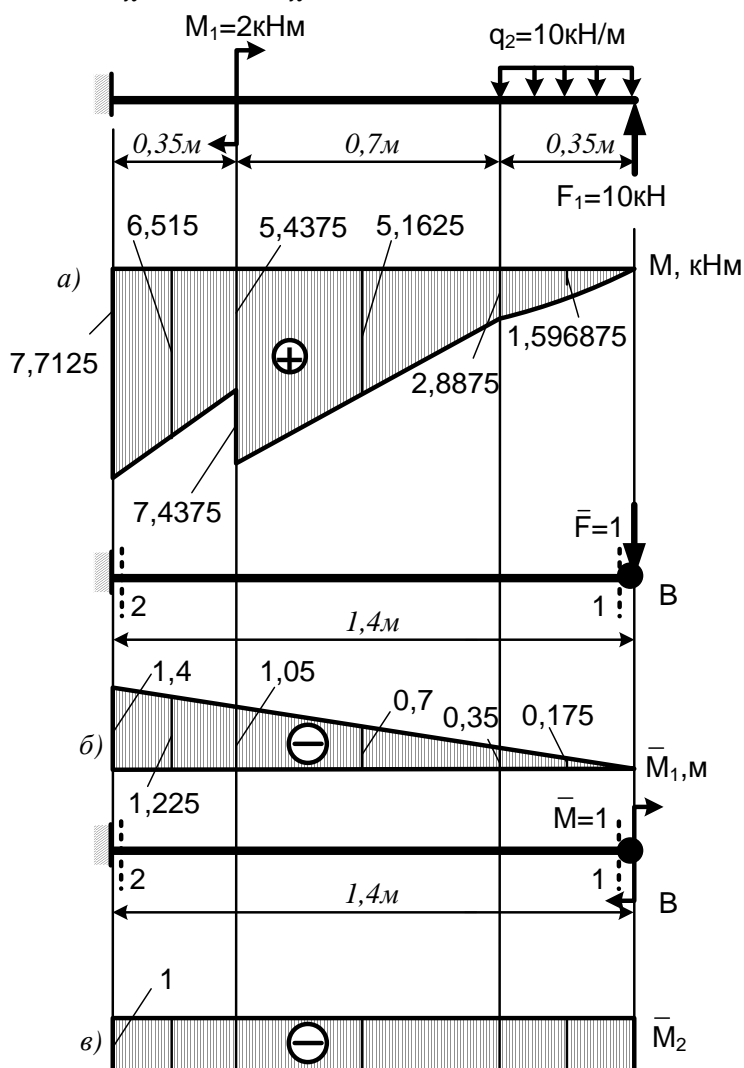


Рисунок 57

«Перемножаем» эпюры, по участкам, используя формулу Симпсона-Корноухова:

$$\Delta = \frac{l^*}{6EJ_x} (\bar{M}_л \cdot M_л + 4\bar{M}_{\text{ср}} \cdot M_{\text{ср}} + \bar{M}_{\text{пр}} \cdot M_{\text{пр}}).$$

В нашем случае имеем три грузовых участка для обоих случаев, поэтому перемножение также производим по трём участкам.

$$\begin{aligned} \theta_B = & \frac{0,35}{6EJ_x} ((-1) \cdot 2,8875 + 4(-1) \cdot 1,596875 + (-1) \cdot 0) + \\ & + \frac{0,7}{6EJ_x} ((-1) \cdot 7,4375 + 4(-1) \cdot 5,1625 + (-1) \cdot 2,8875) + \\ & + \frac{0,35}{6EJ_x} ((-1) \cdot 7,7125 + 4(-1) \cdot 6,515 + (-1) \cdot 5,4375) \approx -\frac{6,5}{EJ_x}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_B = & \frac{0,35}{6EJ_x} ((-0,35) \cdot 2,8875 + 4(-0,175) \cdot 1,596875 + 0 \cdot 0) + \\ & + \frac{0,7}{6EJ_x} ((-1,05) \cdot 7,4375 + 4(-0,7) \cdot 5,1625 + (-0,35) \cdot 2,8875) + \\ & + \frac{0,35}{6EJ_x} ((-1,4) \cdot 7,7125 + 4(-1,225) \cdot 6,515 + (-1,05) \cdot 5,4375) \approx -\frac{5,68}{EJ_x}. \end{aligned}$$

Как видим, результаты, полученные двумя методами, совпали по величине и не совпали по знаку. При данном методе вычисления знак «минус» говорит о том, что направление фиктивных воздействий не совпадает с направлением истинных перемещений, то есть, как и по методу начальных параметров, прогиб направлен вверх, а угол поворота сечения B направлен против хода часовой стрелки.

Из условия жёсткости подберём поперечное сечение балки.

$$[\Delta] = \frac{1,4 \cdot 100}{500} = 0,28 \text{ см}; \quad J_x = \frac{\pi \cdot D^4}{64}; \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}.$$

$$\Delta_B = \frac{5,68}{EJ_x} = \frac{5,68 \cdot 10^6 \cdot 64}{2 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot D^4} \leq 0,28 \text{ см};$$

$$D \geq \sqrt[4]{\frac{5,68 \cdot 10^6 \cdot 64}{2 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot 0,28}} = 11,99 \text{ см} \approx 12 \text{ см};$$

Угол поворота на конце консоли равен

$$\theta_B = \frac{6,5}{EJ_x} = \frac{6,5 \cdot 10^4 \cdot 64}{2 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot 12^4} = 0,003 \text{ рад.} = \frac{0,003 \cdot 180^\circ}{\pi} = 0,18^\circ.$$

Ответ: Диаметр поперечного сечения балки из условия жёсткости $D = 12$ см.

Решение для схемы б. Вычислим опорные реакции (рисунок 58):

$$\begin{aligned} \sum m_{O_1} &= -q_1 \cdot 1,4 \cdot 0,7 - F_2 \cdot 2,1 + V_{O_2} \cdot 2,8 = 0; \\ V_{O_2} &= \frac{q_1 \cdot 1,4 \cdot 0,7 + F_2 \cdot 2,1}{2,8} = \frac{20 \cdot 1,4 \cdot 0,7 + 10 \cdot 2,1}{2,8} = 14,5 \text{ кН}; \end{aligned}$$

$$\sum mom_{0_2} = q_1 \cdot 1,4 \cdot 2,1 + F_2 \cdot 0,7 - V_{0_1} \cdot 2,8 = 0;$$

$$V_{0_1} = \frac{q_1 \cdot 1,4 \cdot 2,1 + F_2 \cdot 0,7}{2,8} = \frac{20 \cdot 1,4 \cdot 2,1 + 10 \cdot 0,7}{2,8} = 23,5 \text{ кН};$$

Проверка: $V_{0_1} + V_{0_2} - F_2 - q_1 \cdot 1,4 = 23,5 + 14,5 - 10 - 20 \cdot 1,4 = 0.$

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для данной балки (рисунок 58 а и б).

$$Q_y^{(1)} = V_{0_1} = 23,5 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(2)} = V_{0_1} - q_1 \cdot 1,4 = -4,5 \text{ кН};$$

$$Q_y(z_{max}) = V_{0_1} - q_1 \cdot z_{max} = 0;$$

$$z_{max} = \frac{V_{0_1}}{q_1} = \frac{23,5}{20} = 1,175 \text{ м};$$

$$Q_y^{(3)} = -V_{0_2} + F_2 = -4,5 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(4)} = -V_{0_2} + F_2 = -4,5 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(5)} = -V_{0_2} = -14,5 \text{ кН};$$

$$Q_y^{(6)} = -V_{0_2} = -14,5 \text{ кН};$$

$$M_x^{(1)} = 0;$$

$$M_x^{(2)} = V_{0_1} \cdot 1,4 - q_1 \cdot 1,4 \cdot \frac{1,4}{2} = 13,3 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(3)} = V_{0_2} \cdot 1,4 - F_2 \cdot 0,7 = 13,3 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(4)} = V_{0_2} \cdot 0,7 = 10,15 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(5)} = V_{0_2} \cdot 0,7 = 10,15 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x^{(6)} = 0;$$

$$M_x(z_{max}) = V_{0_1} \cdot 1,175 - q_1 \cdot 1,175 \cdot \frac{1,175}{2} \approx 13,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

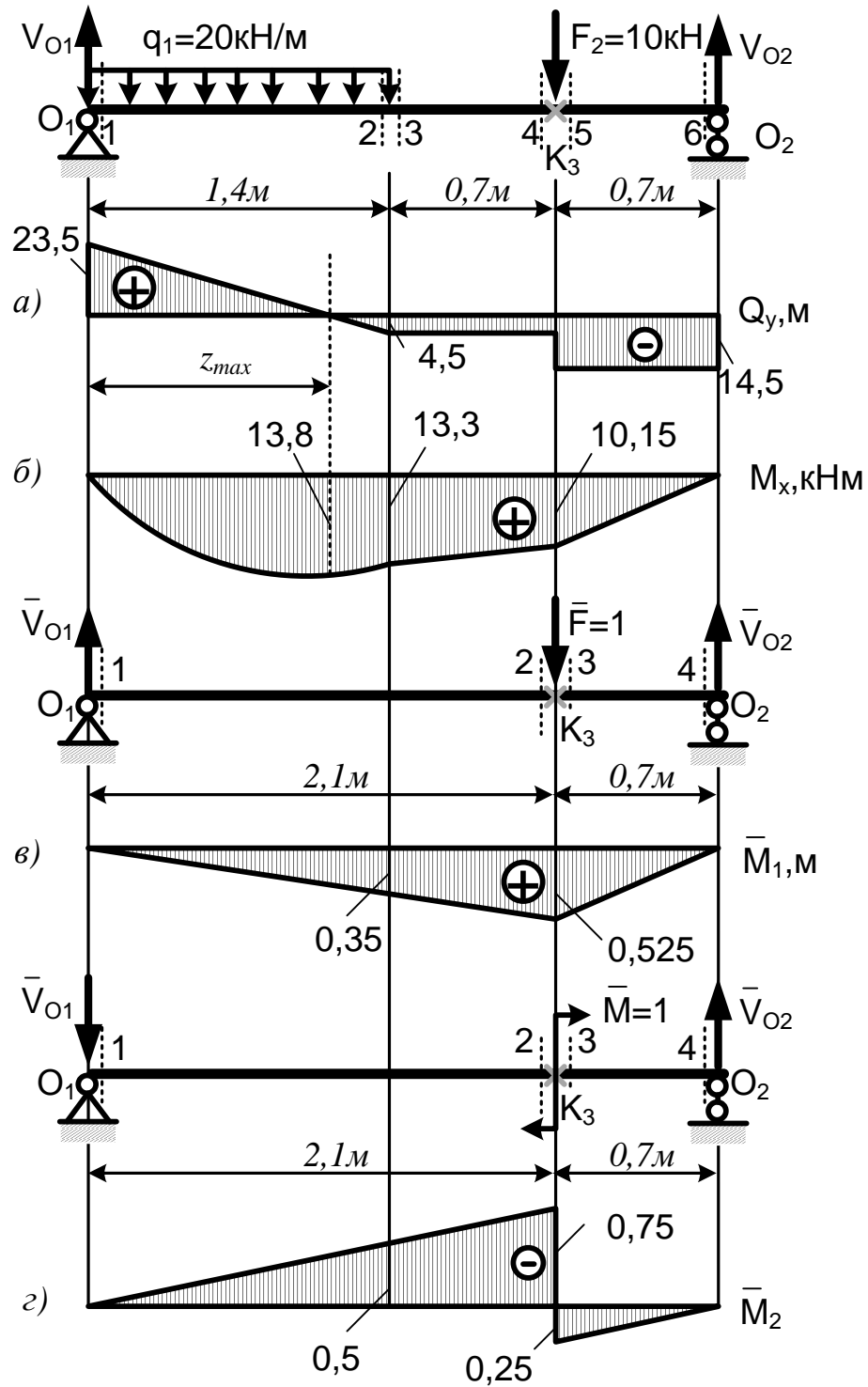


Рисунок 58

Вычислим прогиб и угол поворота в точке K_3 по методу единичных нагрузок, используя формулу Симпсона-Корноухова.

Для этого строим эпюру изгибающих моментов для действительного состояния балки, то есть от заданной нагрузки (грузовая эпюра) (рисунок 58, б).

Далее выбираем фиктивные состояния балки, с единичными воздействиями (силой и моментом), приложенными в точке, где определяем перемещения (точка K_3) и строим эпюры изгибающих моментов (единичные эпюры) (рисунок 58 в и з), предварительно вычислив единичные реакции.

Для балки, на которую действует единичная сила $\bar{F} = 1$ (см. рисунок 58, в):

$$\begin{aligned}\sum mom_{0_1} &= -\bar{F} \cdot 2,1 + \bar{V}_{0_2} \cdot 2,8 = 0; \\ \bar{V}_{0_2} &= \frac{\bar{F} \cdot 2,1}{2,8} = \frac{2,1}{2,8} = 0,75; \\ \sum mom_{0_2} &= \bar{F} \cdot 0,7 - V_{0_1} \cdot 2,8 = 0; \\ \bar{V}_{0_1} &= \frac{\bar{F} \cdot 0,7}{2,8} = \frac{0,7}{2,8} = 0,25.\end{aligned}$$

Проверка: $\bar{V}_{0_1} + \bar{V}_{0_2} - \bar{F} = 0,25 + 0,75 - 1 = 0.$

$$\begin{aligned}\bar{M}_x^{(1)} &= 0; \\ \bar{M}_x^{(2)} &= \bar{V}_{0_1} \cdot 2,1 = 0,525 \text{кН} \cdot \text{м}; \\ \bar{M}_x^{(3)} &= \bar{M}_x^{(2)} = \bar{V}_{0_1} \cdot 2,1 = 0,525 \text{кН} \cdot \text{м}; \\ \bar{M}_x^{(4)} &= 0.\end{aligned}$$

Для балки, на которую действует единичный момент $\bar{M} = 1$ (см. рисунок 58, з):

$$\begin{aligned}\sum mom_{0_1} &= -\bar{M} + \bar{V}_{0_2} \cdot 2,8 = 0; \\ \bar{V}_{0_2} &= \frac{\bar{M}}{2,8} = \frac{1}{2,8} \approx 0,3571; \\ \sum mom_{0_2} &= -\bar{M} + V_{0_1} \cdot 2,8 = 0; \\ \bar{V}_{0_1} &= \frac{\bar{M}}{2,8} = \frac{1}{2,8} \approx 0,3571.\end{aligned}$$

Проверка: $-\bar{V}_{0_1} + \bar{V}_{0_2} = -0,3571 + 0,3571 = 0.$

$$\begin{aligned}\bar{M}_x^{(1)} &= 0; \\ \bar{M}_x^{(2)} &= -\bar{V}_{0_1} \cdot 2,1 \approx -0,75; \\ \bar{M}_x^{(3)} &= -\bar{V}_{0_1} \cdot 2,1 + \bar{M} \approx 0,25; \\ \bar{M}_x^{(4)} &= 0.\end{aligned}$$

«Перемножаем» эпюры, по участкам, используя формулу Симпсона-Корноухова:

$$\Delta = \frac{l^*}{6EJ_x} (\overline{M}_л \cdot M_л + 4\overline{M}_{ср} \cdot M_{ср} + \overline{M}_{пр} \cdot M_{пр}).$$

В нашем случае имеем три грузовых участка, поэтому «перемножение» также производим по трём участкам.

Угол поворота в сечении K_3 (см. рисунок 58, з):

$$\begin{aligned} \theta_{K_3} &= \frac{1,4}{6EJ_x} (0 \cdot 0 + 4(-0,25) \cdot 11,6 + (-0,5) \cdot 13,3) + \\ &+ \frac{0,7}{6EJ_x} ((-0,5) \cdot 13,3 + 4(-0,375) \cdot 11,725 + (-0,75) \cdot 10,15) + \\ &+ \frac{0,7}{6EJ_x} (0,25 \cdot 10,15 + 4 \cdot 5,075 \cdot 0,125 + 0 \cdot 0) \approx -\frac{4,47}{EJ_x}. \end{aligned}$$

Угол поворота получили со знаком «минус», что означает: сечение K_3 повернётся против хода часовой стрелки, то есть в сторону противоположную направлению единичного момента.

Прогиб в сечении K_3 (см. рисунок 58, в):

$$\begin{aligned} \Delta_{K_3} &= \frac{1,4}{6EJ_x} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 0,175 \cdot 11,6 + 0,35 \cdot 13,3) + \\ &+ \frac{0,7}{6EJ_x} (0,35 \cdot 13,3 + 4 \cdot 0,4375 \cdot 11,725 + 0,525 \cdot 10,15) + \\ &+ \frac{0,7}{6EJ_x} (0,525 \cdot 10,15 + 4 \cdot 0,2625 \cdot 5,075 + 0 \cdot 0) \approx \frac{7,78}{EJ_x}. \end{aligned}$$

Прогиб получили со знаком «плюс», что означает: сечение K_3 переместится вниз, то есть в ту же сторону, что и единичная сила.

Вычислим момент инерции заданного поперечного сечения балки. По данным задачи

$$\begin{aligned} D &= 114\text{мм} = 11,4\text{см}; \\ d &= D - 2t = 114 - 2 \cdot 3 = 108\text{мм} = 10,8\text{см}. \\ J_x &= \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi(11,4^4 - 10,8^4)}{64} \approx 161,2\text{см}^4. \end{aligned}$$

Тогда при $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$, угол поворота равен

$$\theta_{K_3} = \frac{4,47}{EJ_x} = \frac{7,43 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^4 \cdot 161,2} = 0,014 \text{ рад.}$$

Прогиб в сечении K_3 равен

$$\Delta_{K_3} = \frac{7,78}{EJ_x} = \frac{7,78 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^8 \cdot 161,2 \cdot 10^{-8}} \approx 2,4 \text{ см.}$$

Допускаемый прогиб, по условию задачи

$$[\Delta] = \frac{l}{400} = \frac{280}{400} = 0,7\text{см.}$$

Сравниваем

$$\Delta_{K_3} = 2,4 \text{ см} \geq 0,7\text{см.}$$

Вывод: Условие жёсткости не выполняется.

Подберем размеры сечения из условия жесткости:

$$\Delta_{K_3} \leq [\Delta], \quad \frac{7,78}{EJ_x} \leq 0,7 \text{ см.}$$
$$J_x \geq \frac{7,78}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,7 \cdot 10^{-2}} \approx 5,56 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4 = 556 \text{ см}^4.$$

По сокращенному сортаменту труб (см. приложение Б, стр. 171) определяем $J_x = 585 \text{ см}^4$, $D = 159 \text{ мм}$, $t = 4 \text{ мм}$.

Ответ: Размеры поперечного сечения балки из условия жесткости $D = 159 \text{ мм}$, $t = 4 \text{ мм}$.

Глава 6 РАСЧЁТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК ПРИ ПОМОЩИ УРАВНЕНИЯ ТРЁХ МОМЕНТОВ

Неразрезной балкой называется балка, проходящая, не прерываясь, над рядом промежуточных опор, с которыми она соединена шарнирно. Крайние опоры могут быть шарнирными или жёстко защемлёнными. Степень статической неопределимости балки с крайними шарнирными опорами равна числу промежуточных опор. Опоры нумеруются последовательно цифрами 0, 1, 2, 3, ... , начиная с крайней левой опоры. Пролёт балки, примыкающей к опоре слева, имеет номер этой опоры (рисунок 59).

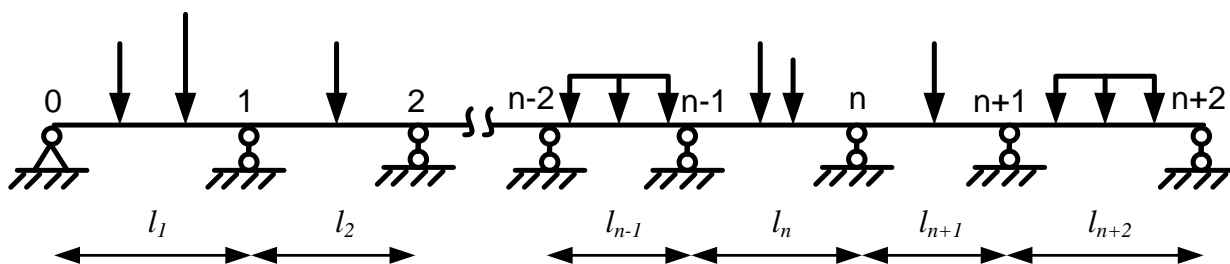


Рисунок 59

В качестве основной системы для расчёта неразрезной балки удобнее всего взять балку с врезанными на опорах шарнирами (рисунок 60).

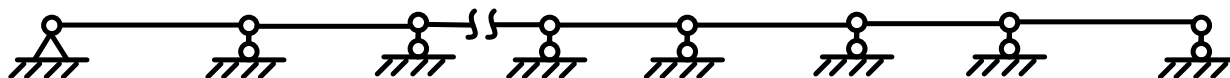


Рисунок 60

В результате неразрезная балка расчленяется на однопролётные статически определимые балки с врезанными на опорах шарнирами (рисунок 61).

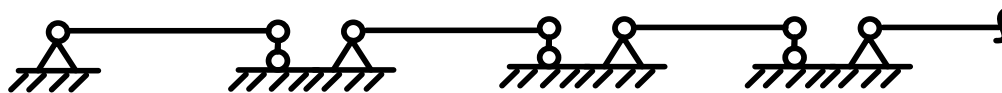


Рисунок 61

Действие устранённых связей, препятствующих взаимному угловому смещению опорных сечений соседних пролётов балки, заменяем неизвестными моментами M_1, M_2, \dots . Эквивалентная система представлена на рисунке 62.

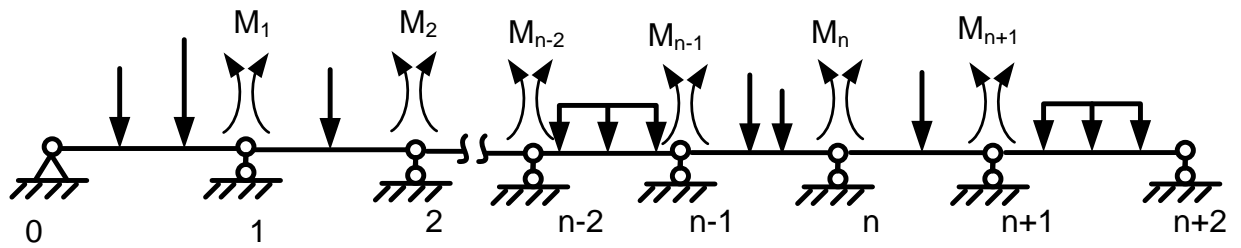


Рисунок 62

Моменты, показанные на этом рисунке, считаются положительными. Они определяются в результате решения системы алгебраических уравнений, n -ое из которых имеет вид:

$$M_{n-1} \cdot l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} \cdot l_{n+1} = -6 \left(\omega_n \cdot \frac{a_n}{l_n} + \omega_{n+1} \cdot \frac{b_{n+1}}{l_{n+1}} \right).$$

Здесь:

M_{n-1}, M_n, M_{n+1} – искомые моменты на опорах $n - 1, n, n + 1$;

l_n, l_{n+1} – длины пролётов n и $n + 1$;

ω_n, ω_{n+1} – площади эпюр изгибающих моментов от внешней нагрузки (грузовых эпюр) в n и $n + 1$ пролётах системы;

a_n, b_{n+1} – координаты центров тяжести грузовых эпюр (рисунок 63).

Данное уравнение носит название уравнения трёх моментов.

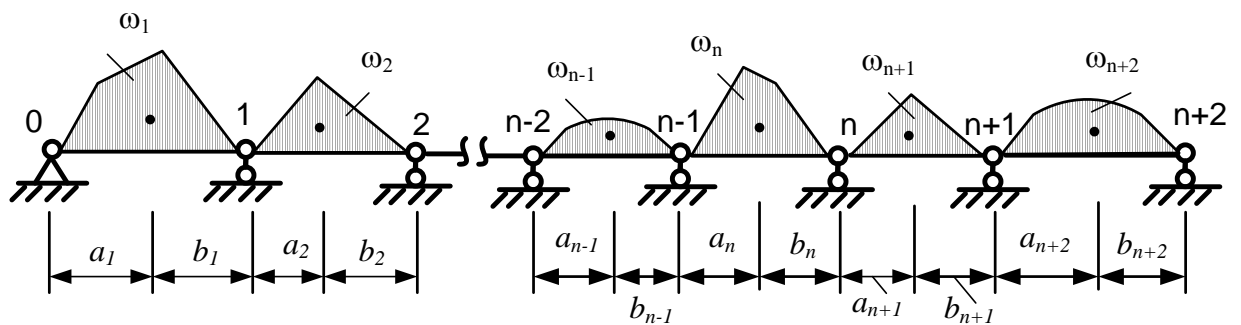


Рисунок 63

Придавая индексу n значения $1, 2, \dots$, получаем значения опорных моментов. Наибольшее значение n равно степени статической неопределённости балки.

После вычисления опорных моментов внутренние усилия в каждом пролёте определяются с помощью метода сечений как в обычной однопролётной балке, загруженной внешней нагрузкой и известными теперь опорными моментами.

Пример 6.1. Раскрыть статическую неопределимость и построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил для неразрезной балки (рисунок 64).

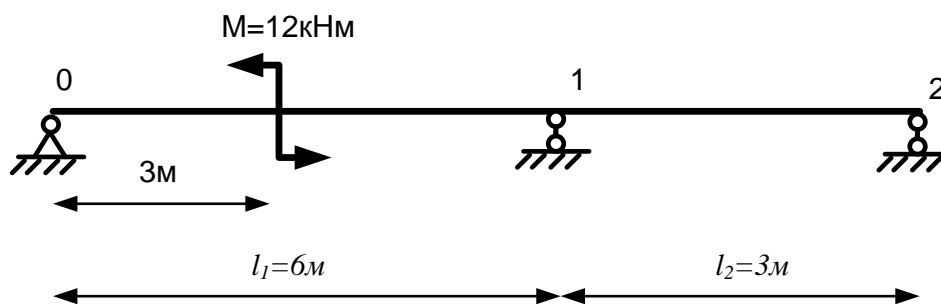


Рисунок 64

Балка один раз статически неопределима. Основная и эквивалентная системы представлены на рисунках 65 и 66.

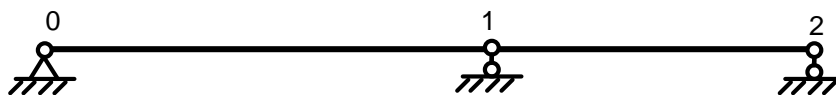


Рисунок 65

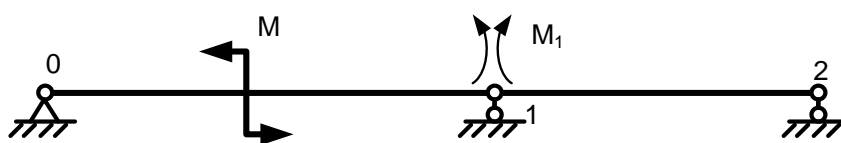


Рисунок 66

Записываем уравнение трёх моментов, полагая $n = 1$:

$$\begin{aligned} M_0 \cdot l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 \cdot l_2 &= \\ &= -6 \left(\omega_1 \cdot \frac{a_1}{l_1} + \omega_2 \cdot \frac{b_2}{l_2} \right). \end{aligned}$$

Так как моменты на опорах 0 и 2 и внешняя нагрузка на втором пролёте балки отсутствует, то

$$M_0 = M_2 = 0; \quad \omega_2 = 0.$$

И для определения неизвестного момента M_1 получаем уравнение:

$$\begin{aligned} 2M_1(6 + 3) &= -6 \left(\omega_1 \cdot \frac{a_1}{l_1} \right); \text{ или } 18M_1 = -6 \left(\omega_1 \cdot \frac{a_1}{l_1} \right); \\ M_1 &= -\frac{1}{3} \left(\omega_1 \cdot \frac{a_1}{l_1} \right). \end{aligned}$$

Эпюры изгибающих моментов от внешней нагрузки представлены на рисунке 67.

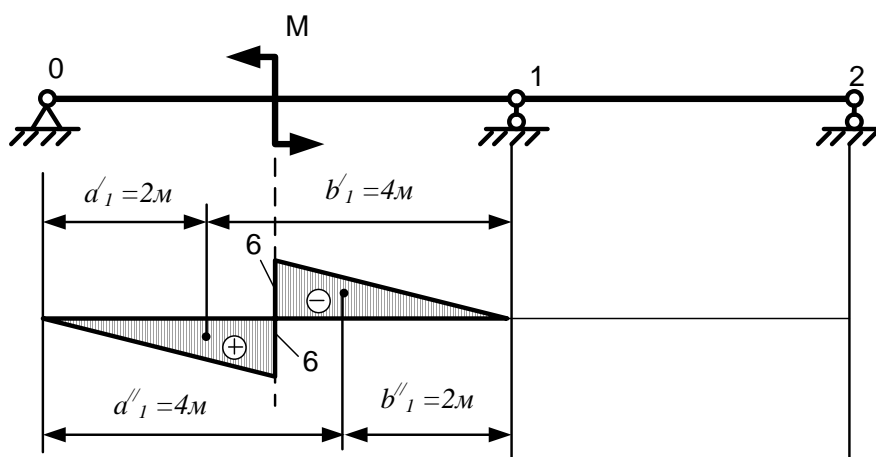


Рисунок 67

Эпюра от внешней нагрузки в первом пролёте состоит из двух треугольников. Поэтому для каждого из них вычисляем площадь эпюры и координату центров тяжести (см. приложение В, стр.173).

$$\omega'_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9; \quad a'_1 = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2\text{м};$$

$$\omega''_1 = -\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = -9; \quad a''_1 = 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 = 4\text{м}.$$

Таким образом:

$$M_1 = -\frac{1}{3} \left(\omega'_1 \frac{a'_1}{l_1} + \omega''_1 \frac{a''_1}{l_1} \right) =$$

$$= -\frac{1}{3} \left(9 \frac{2}{6} - 9 \frac{4}{6} \right) = 1\text{кНм}.$$

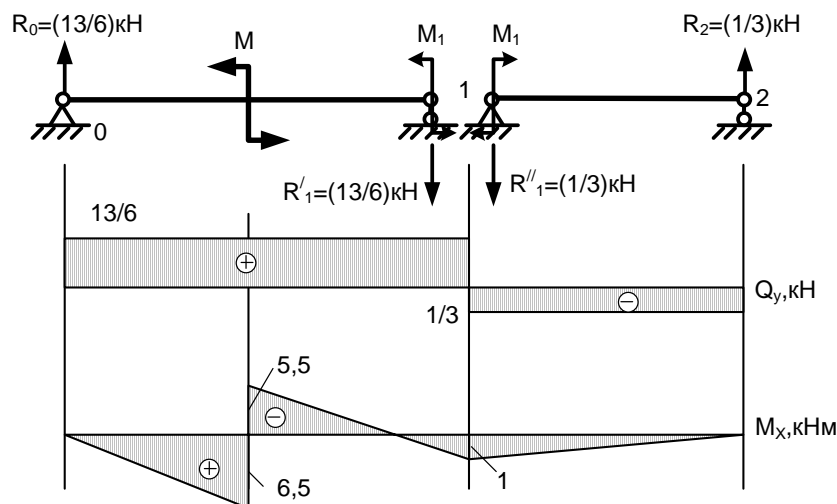


Рисунок 68

После этого определяем внутренние усилия методом сечений (рисунок 68).

Пример 6.2. Раскрыть статическую неопределимость и построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил для неразрезной балки (рисунок 69).

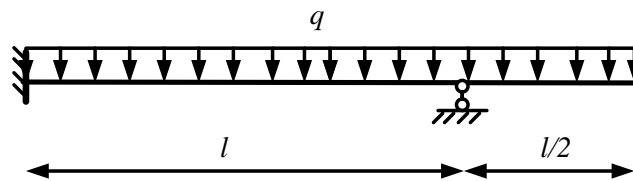


Рисунок 69

Балка один раз статически неопределима. Чтобы воспользоваться уравнением трёх моментов, заменим жёсткую заделку шарнирной опорой и введём дополнительный пролёт длиной $l_1 = 0$ (см. рисунок 70).

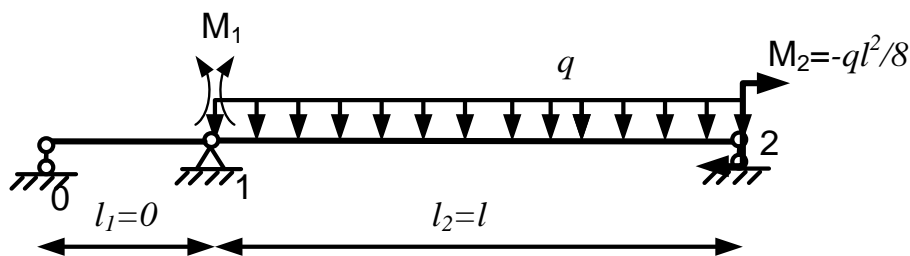


Рисунок 70

Действие нагрузки на консоли заменим моментом $M_2 = -\frac{ql^2}{8}$, приложенным на опоре. Тогда

$$M_0 = 0; M_2 = -\frac{ql^2}{8}; \omega_1 = 0.$$

Уравнение трёх моментов для данной балки принимает вид:

$$2M_1 \cdot l + M_2 \cdot l = -6 \cdot \omega_2 \cdot \frac{b_2}{l}.$$

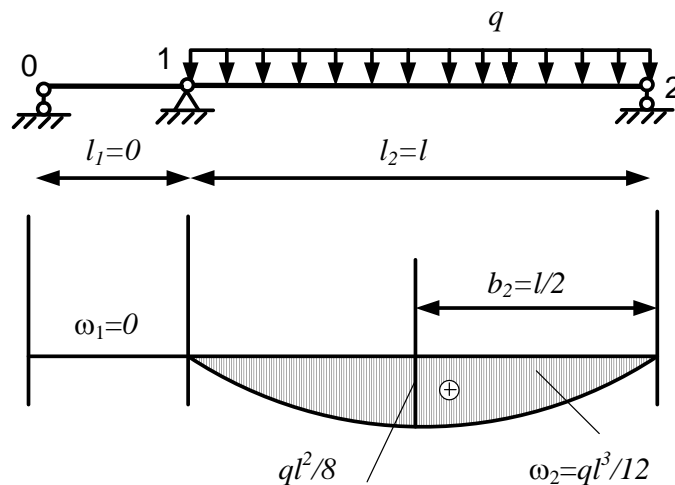


Рисунок 71

Площадь грузовой эпюры $\omega_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{ql^2}{8} \cdot l = \frac{ql^3}{12}$.

Координата центра тяжести равна $b_2 = \frac{l}{2}$ (см. приложение В, стр.173).

Подставив эти выражения в уравнения моментов, получаем

$$2M_1 \cdot l - \frac{ql^2}{8} \cdot l = -6 \cdot \frac{ql^3}{12} \cdot \frac{l}{2}$$

Откуда

$$M_1 = -\frac{ql^2}{16}$$

Вычислив момент в заделке, из условия равновесия определяем реакции (рисунок 72).

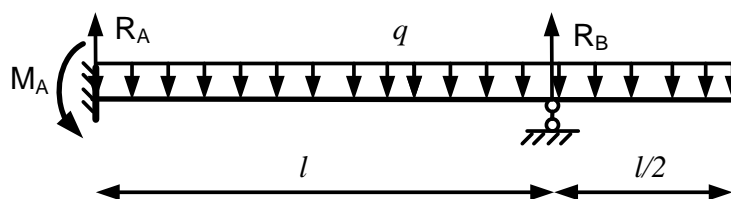


Рисунок 72

$$\sum M_A = -\frac{q(1,5l)^2}{2} + R_B \cdot l + \frac{ql^2}{16} = 0; R_B = \frac{17}{16} ql.$$

$$\sum M_B = \frac{3}{2} ql \cdot \frac{1}{4} l - R_A \cdot l + \frac{ql^2}{16} = 0; R_A = \frac{7}{16} ql.$$

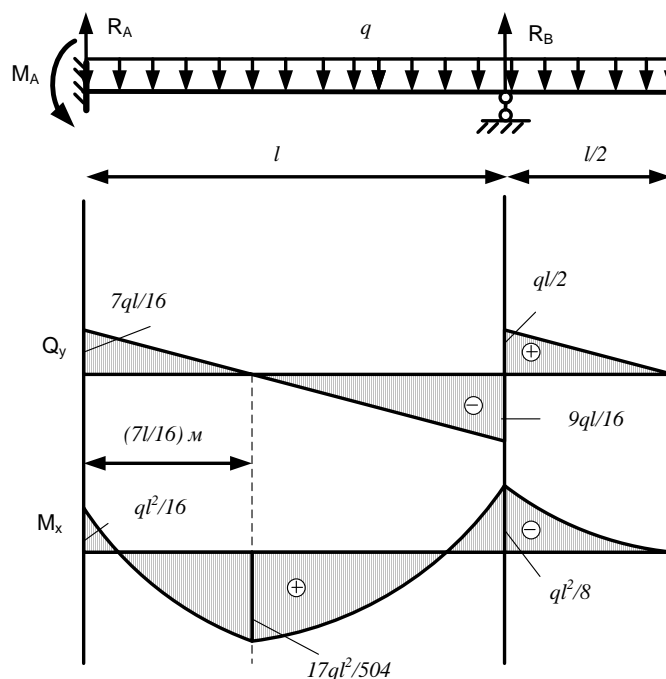


Рисунок 73

После этого определяем внутренние усилия методом сечений (рисунок 73).

Глава 7 ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Каждый студент-заочник выполняет то количество контрольных работ, которое предусмотрено учебным графиком (или уточняется на установочной лекции ведущим преподавателем).

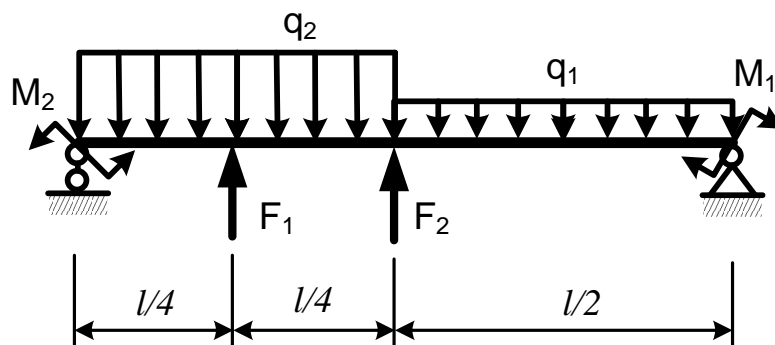
Студент выбирает задания и данные для их решения в соответствии со своим личным номером (шифром), по последним трём цифрам, например, для задания 4 на стр. 89:

шифр – 280

По таблице 7.4 (стр. 92):

Первая цифра шифра	M_1 , кН·м	M_2 , кН·м	F_1 , кН	F_2 , кН	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	Вторая цифра шифра	l , м	Третья цифра шифра	№ схемы балки
1	5	0	6	0	10	0	1	1,0	1	I
2	10	12	0	0	0	12	2	1,2	2	II
3	0	0	10	15	20	0	3	1,4	3	III
4	12	0	0	12	0	12	4	1,6	4	IV
5	15	0	9	10	0	0	5	1,8	5	V
6	0	8	0	0	20	10	6	2,0	6	VI
7	12	5	20	0	0	0	7	2,2	7	VII
8	14	0	10	15	0	0	8	2,4	8	VIII
9	0	0	16	24	0	15	9	2,6	9	IX
0	0	0	0	10	10	20	0	2,8	0	X

На рисунке 77 выбираем схему X для задачи a:

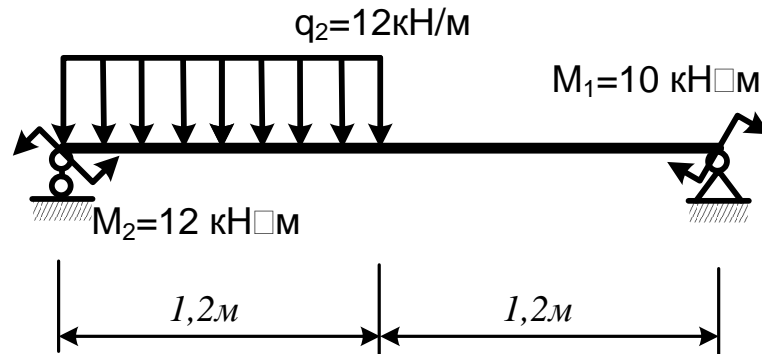


Выписываем данные:

$$M_1 = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}; M_2 = 12 \text{ кН}\cdot\text{м}; F_1 = 0 \text{ кН}; F_2 = 0 \text{ кН}; q_1 = 0 \text{ кН/м}; q_2 = 12 \text{ кН/м};$$

$$l = 2,4 \text{ м.}$$

Схема для решения задачи имеет вид:



Перед решением задачи надо полностью написать её условие, с числовыми данными, составить аккуратный эскиз в масштабе, и указать на нём в числах с размерностями все величины, необходимые для расчёта.

7.1 Задания для самостоятельной работы по теме «Осевое растяжение и сжатие»

Задание 1

Стальной стержень постоянного сечения (рисунок 74) нагружен осевыми силами. Модуль продольной упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. A - площадь поперечного сечения стержня. Построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений. Сделать вывод о прочности стержня в опасном сечении, если расчётное сопротивление $R = 210$ МПа. При не выполнении условия прочности подобрать площадь поперечного сечения, при которой стержень не разрушится. Вычислить полное абсолютное удлинение стержня. Данные для решения задачи взять из таблицы 7.1.

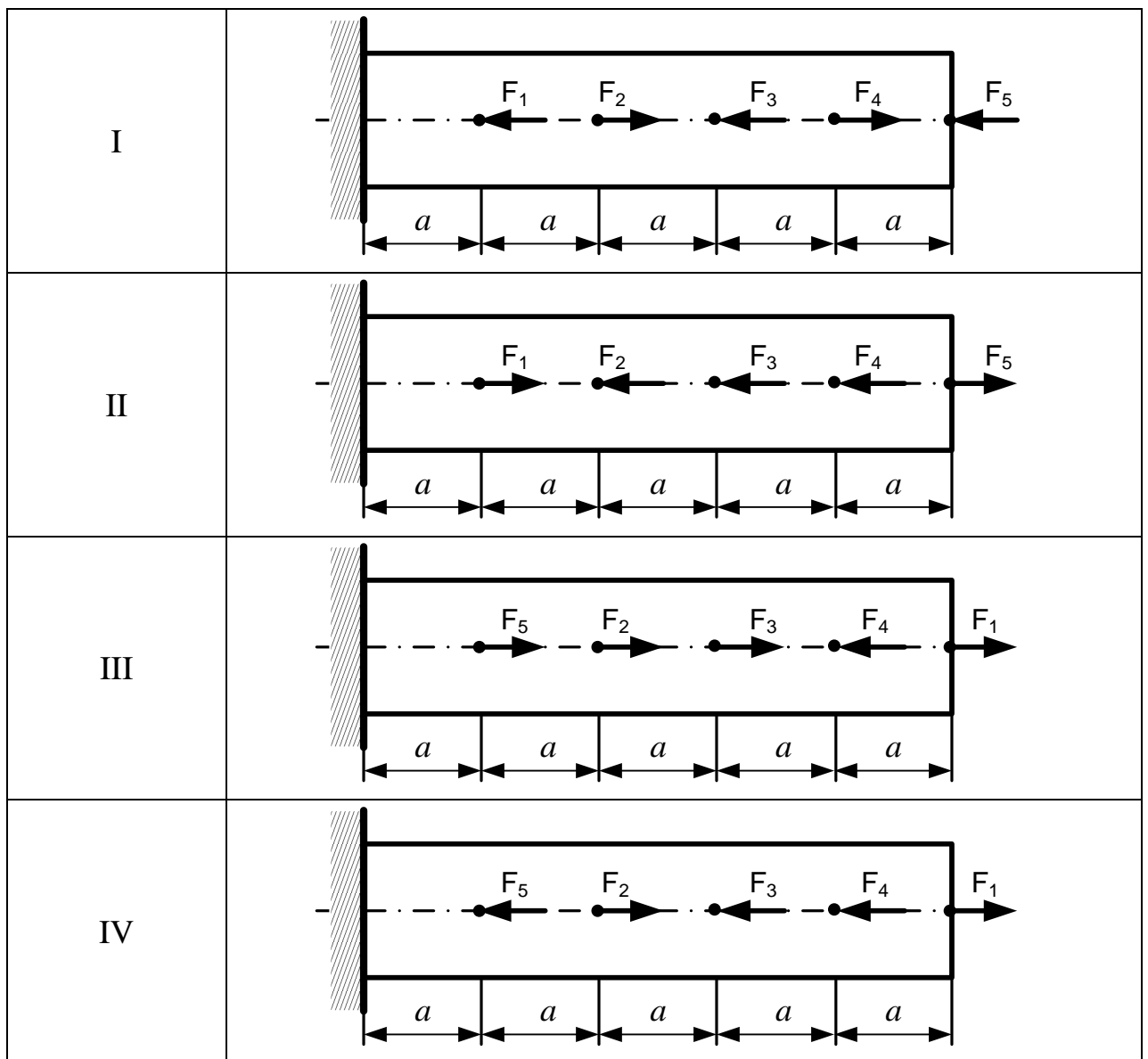


Рисунок 74

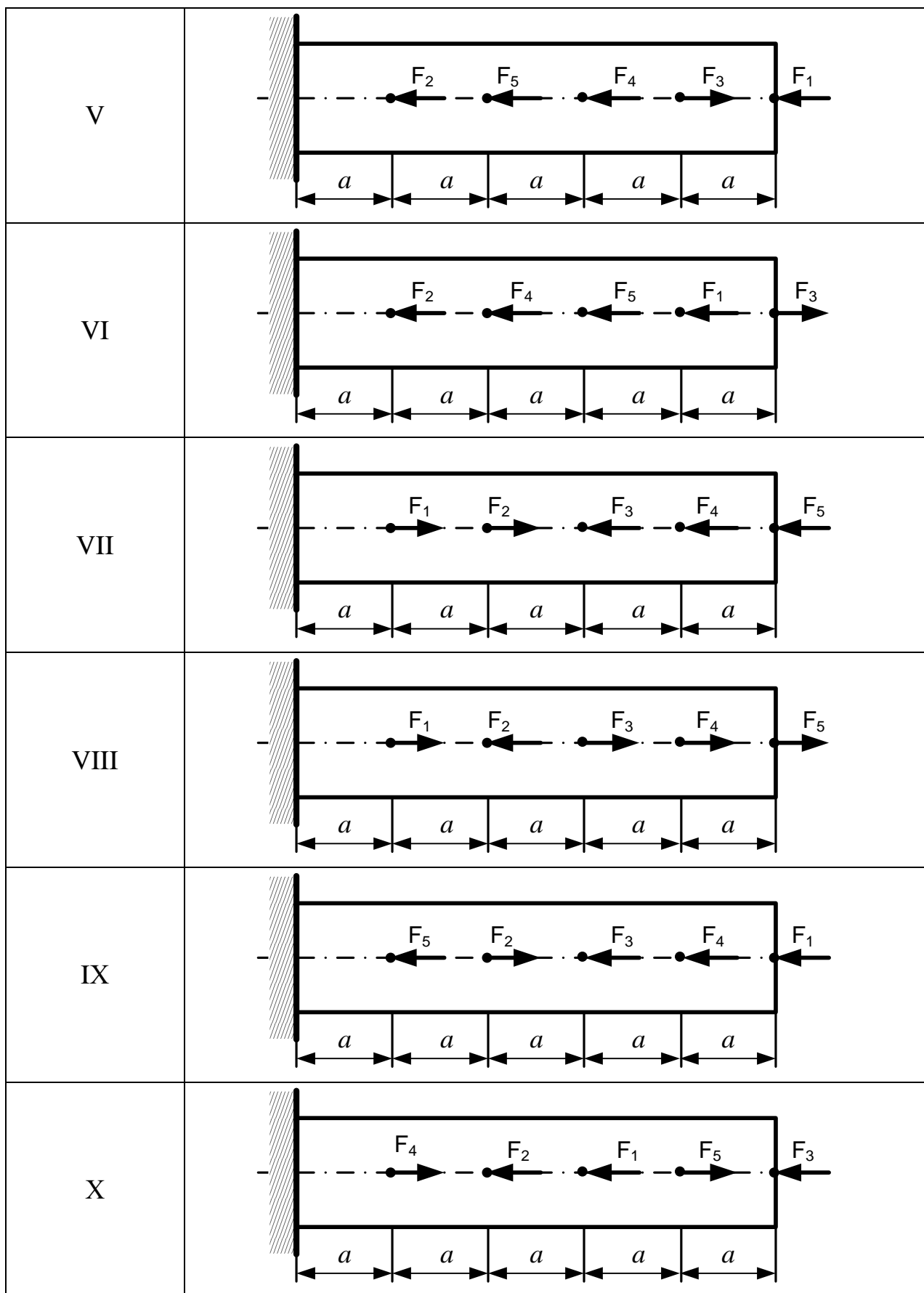


Рисунок 74 (продолжение)

Таблица 7.1

Первая цифра шифра	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	F_4 , кН	F_5 , кН	Вторая цифра шифра	A , см ²	a , м	Третья цифра шифра	№ схемы стержня
1	150	0	200	0	100	1	10	0,5	1	I
2	0	350	0	150	200	2	9	0,6	2	II
3	0	0	150	200	300	3	8	0,7	3	III
4	180	200	0	0	400	4	7	0,8	4	IV
5	100	500	120	0	0	5	6	0,9	5	V
6	0	180	80	100	0	6	5	0,5	6	VI
7	300	0	0	180	80	7	4	0,6	7	VII
8	0	160	250	0	140	8	11	0,7	8	VIII
9	280	140	0	0	150	9	12	0,8	9	IX
0	250	0	100	200	0	0	15	0,9	0	X

Задание 2

Стальной ступенчатый стержень (рисунок 75) нагружен осевыми силами. Модуль продольной упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. A – площадь поперечного сечения стержня. Построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений в долях силы F . Подобрать допускаемую нагрузку из условия прочности, если расчётное сопротивление $R = 210 \text{ МПа}$. Найти перемещение сечения I – I. Данные для решения задачи взять из таблицы 7.2.

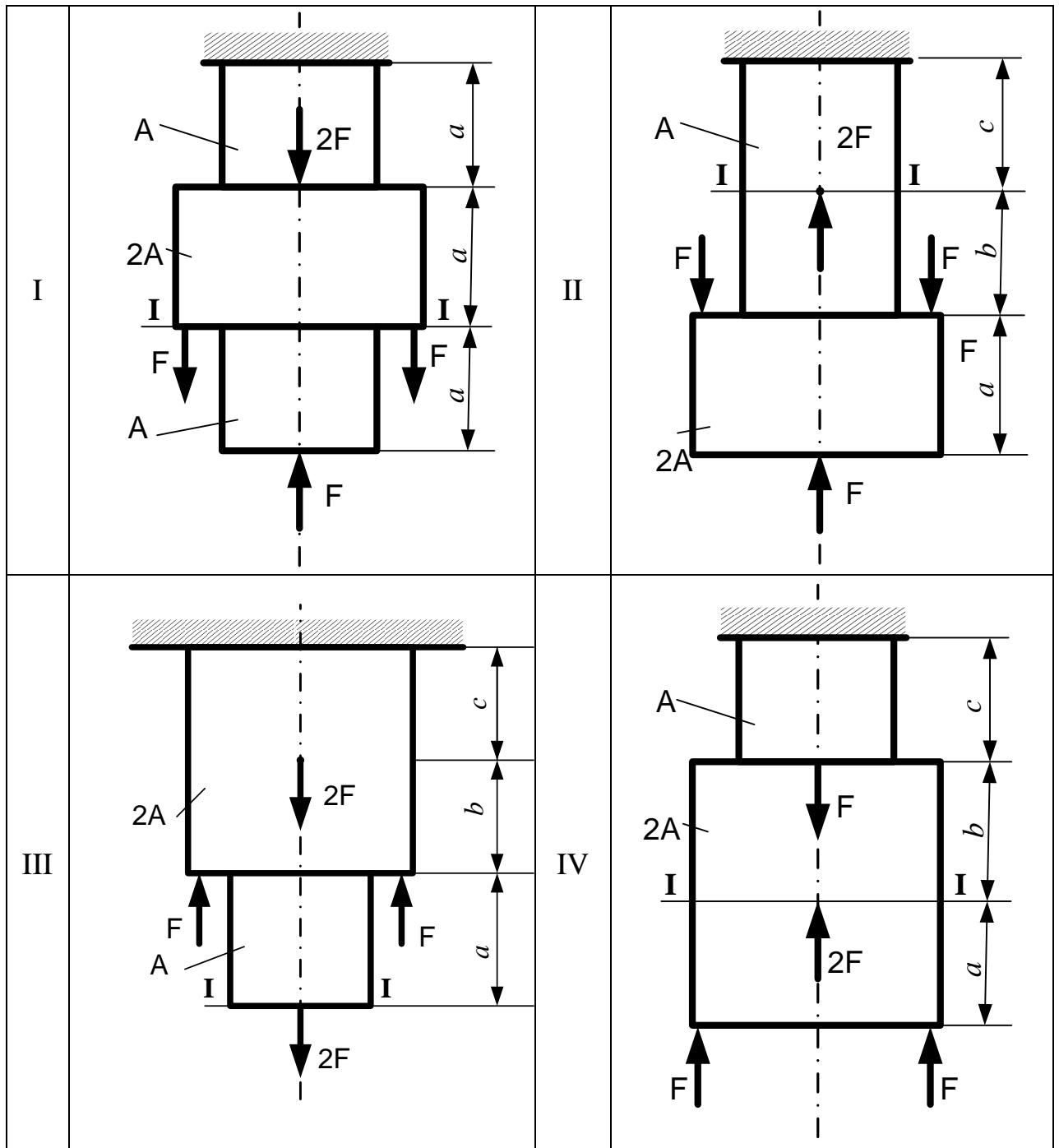


Рисунок 75

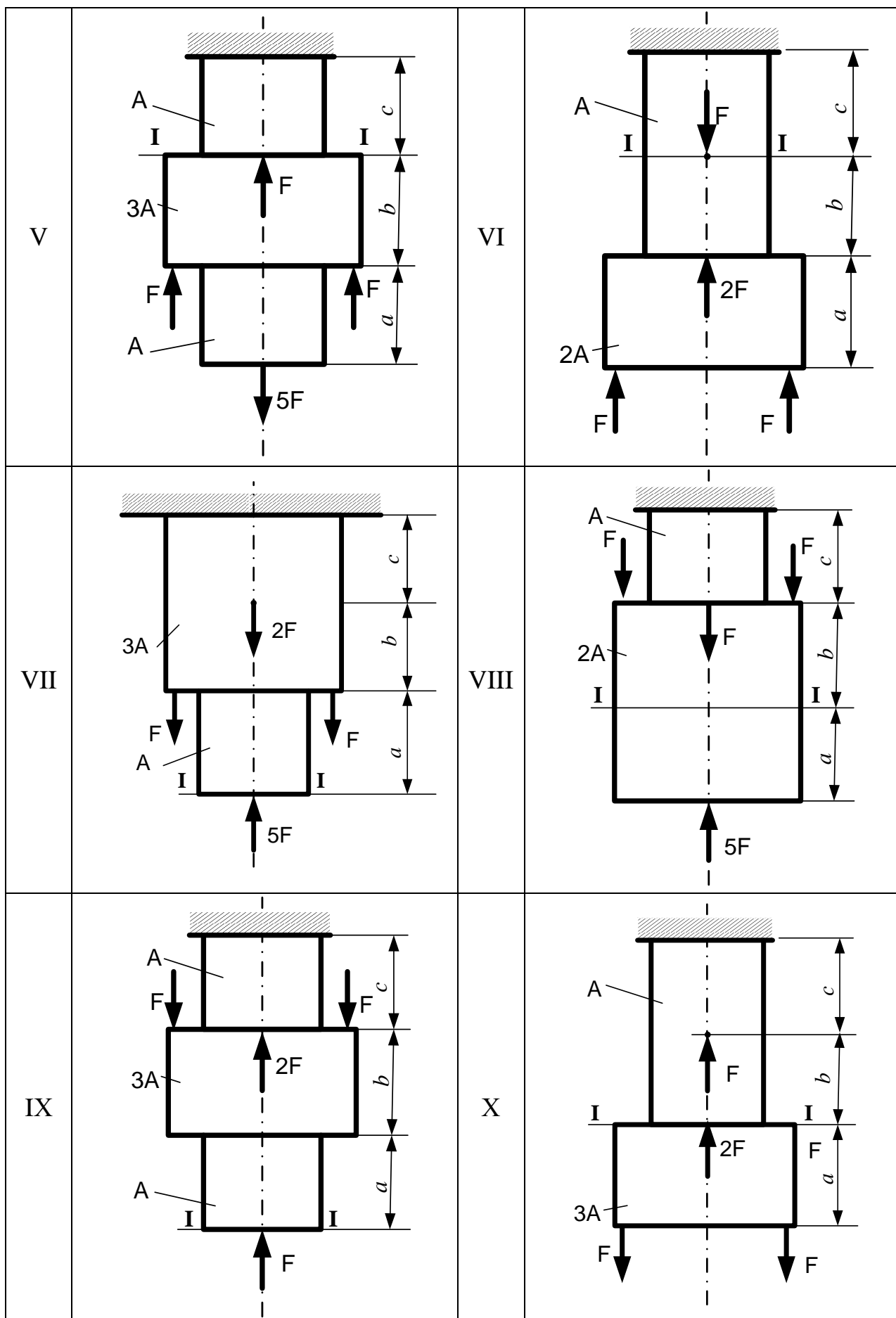


Рисунок 75 (продолжение)

Таблица 7.2

Первая цифра шифра	a , м	b , м	c , м	Вторая цифра шифра	A , см ²	Третья цифра шифра	№ схемы стержня
1	0,5	0,5	0,5	1	10	1	I
2	0,6	0,4	0,3	2	12	2	II
3	0,3	0,8	0,4	3	14	3	III
4	0,7	0,4	0,6	4	16	4	IV
5	0,8	0,2	0,2	5	18	5	V
6	0,4	0,4	0,5	6	20	6	VI
7	0,5	0,7	0,4	7	22	7	VII
8	0,5	0,5	0,8	8	24	8	VIII
9	0,7	0,6	0,2	9	26	9	IX
0	0,3	0,4	0,5	0	28	0	X

7.2 Задания для самостоятельной работы
по теме «Кручение круглых стержней»

Задание 3

К стальному валу приложены известные моменты M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 (рисунок 76). Требуется: 1) построить эпюру крутящих моментов; 2) подобрать диаметр поперечного сечения вала из условия расчёта на прочность, если расчётное сопротивление на сдвиг $R_S = 100\text{МПа}$; 3) построить эпюру углов закручивания; 4) найти наибольший относительный угол закручивания (на 1м длины вала). $G = 8 \cdot 10^4\text{МПа}$ – модуль сдвига. Данные взять из таблицы 7.3.

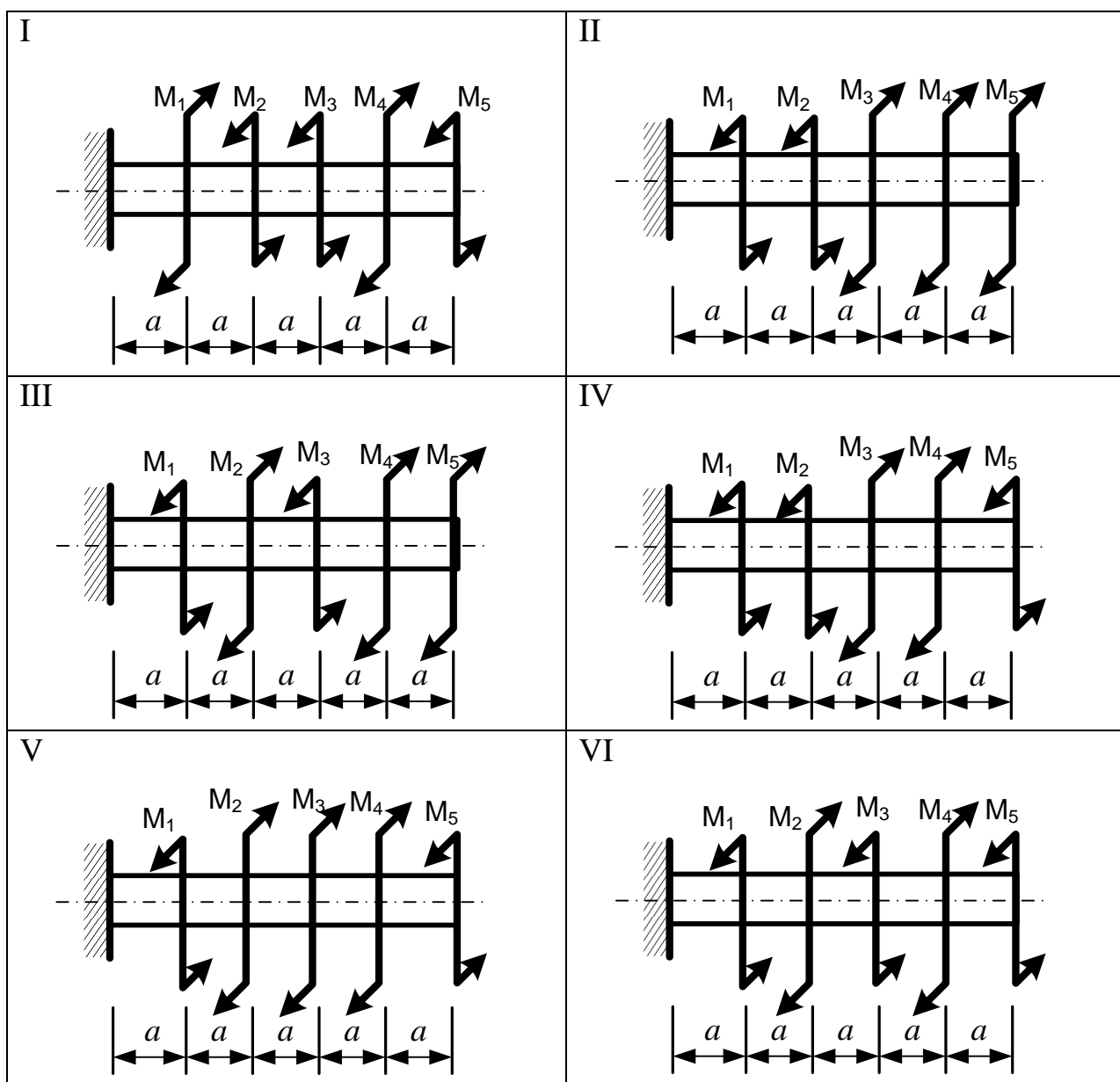


Рисунок 76

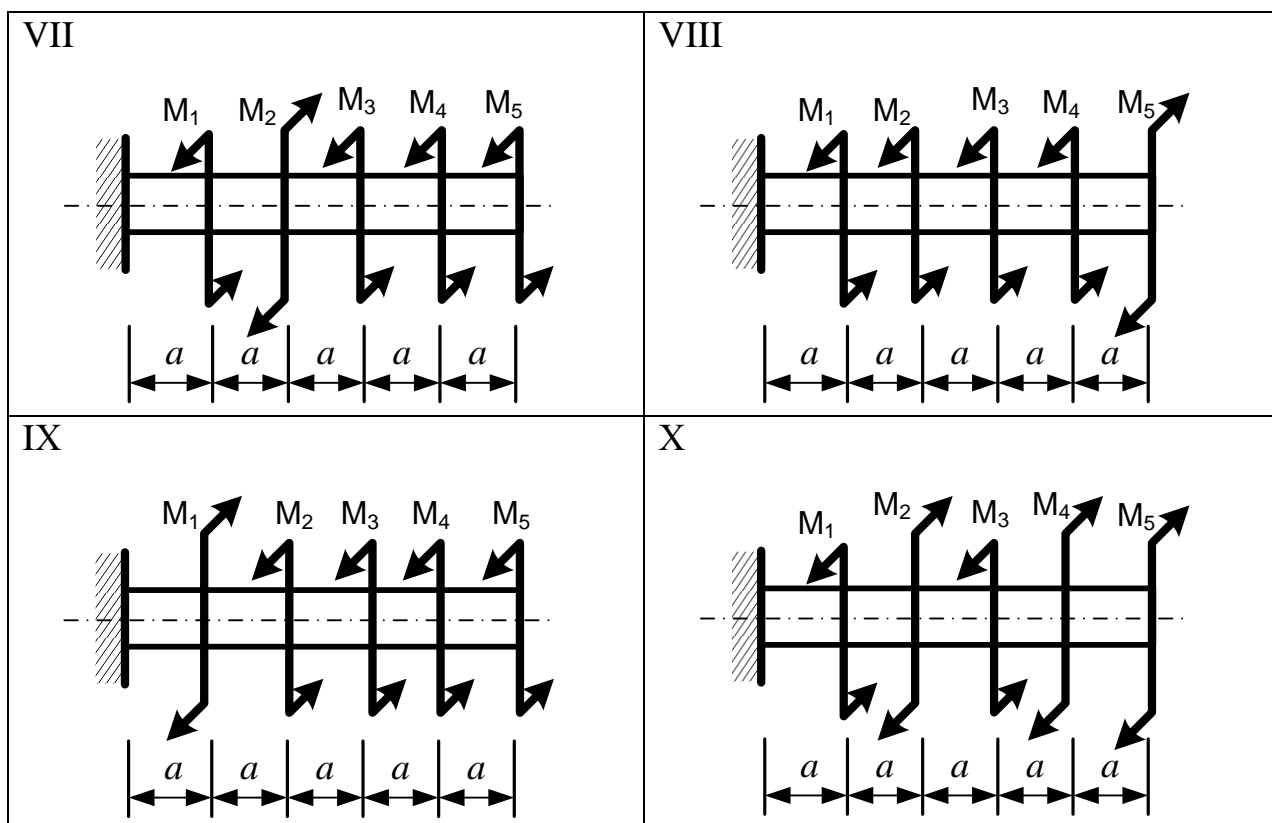


Рисунок 76 (продолжение)

Таблица 7.3

Первая цифра шифра	M_1 , кН·м	M_2 , кН·м	M_3 , кН·м	M_4 , кН·м	M_5 , кН·м	Вторая цифра шифра	a , м	Третья цифра шифра	№ схемы вала
1	0,1	0	0,6	0	0,8	1	0,2	1	I
2	0	1,2	0	0,8	0,5	2	0,15	2	II
3	0,3	0	0	0,6	1,3	3	0,25	3	III
4	1,4	0,5	0	0,7	0	4	0,3	4	IV
5	1,5	0	0,9	0	0,2	5	0,35	5	V
6	2,6	0,8	0	0,4	0	6	0,4	6	VI
7	0,4	0,8	1,7	0	0	7	0,45	7	VII
8	1,8	0	0	1,5	0,4	8	0,5	8	VIII
9	0	0	1,9	2,3	0,6	9	0,55	9	IX
0	1,2	1,5	0	0	0,7	0	0,6	0	X

7.3 Задания для самостоятельной работы по теме «Изгиб прямых стержней»

Задание 4

Для заданных двух схем балок (рисунок 77) построить эпюры внутренних усилий.

Для схемы *a* из условия прочности подобрать сечение трёх типов: 1) двутавр; 2) прямоугольник (отношение высоты к ширине равно 2); 3) круг. Сравнить веса балок. $R = 160 \text{ МПа}$.

Для схемы *б* из условия прочности подобрать сечение из двух швеллеров (I). $R = 210 \text{ МПа}$.

Данные взять из таблицы 7.4.

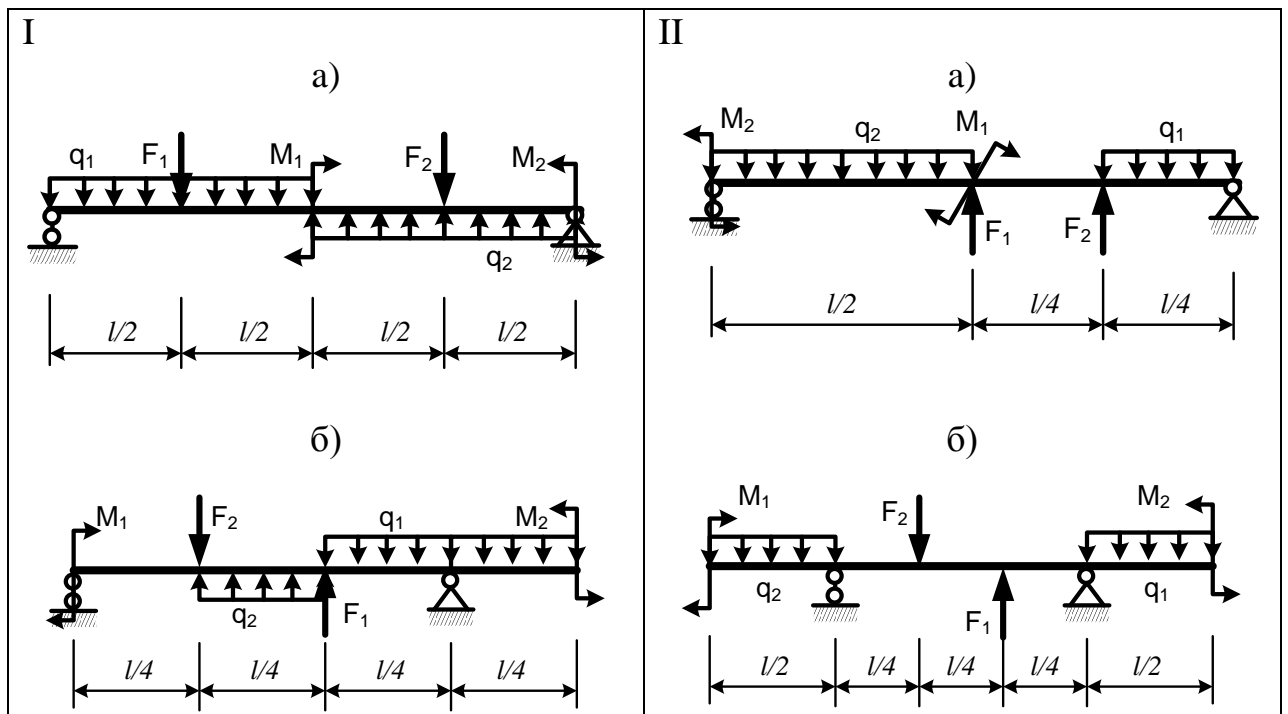


Рисунок 77

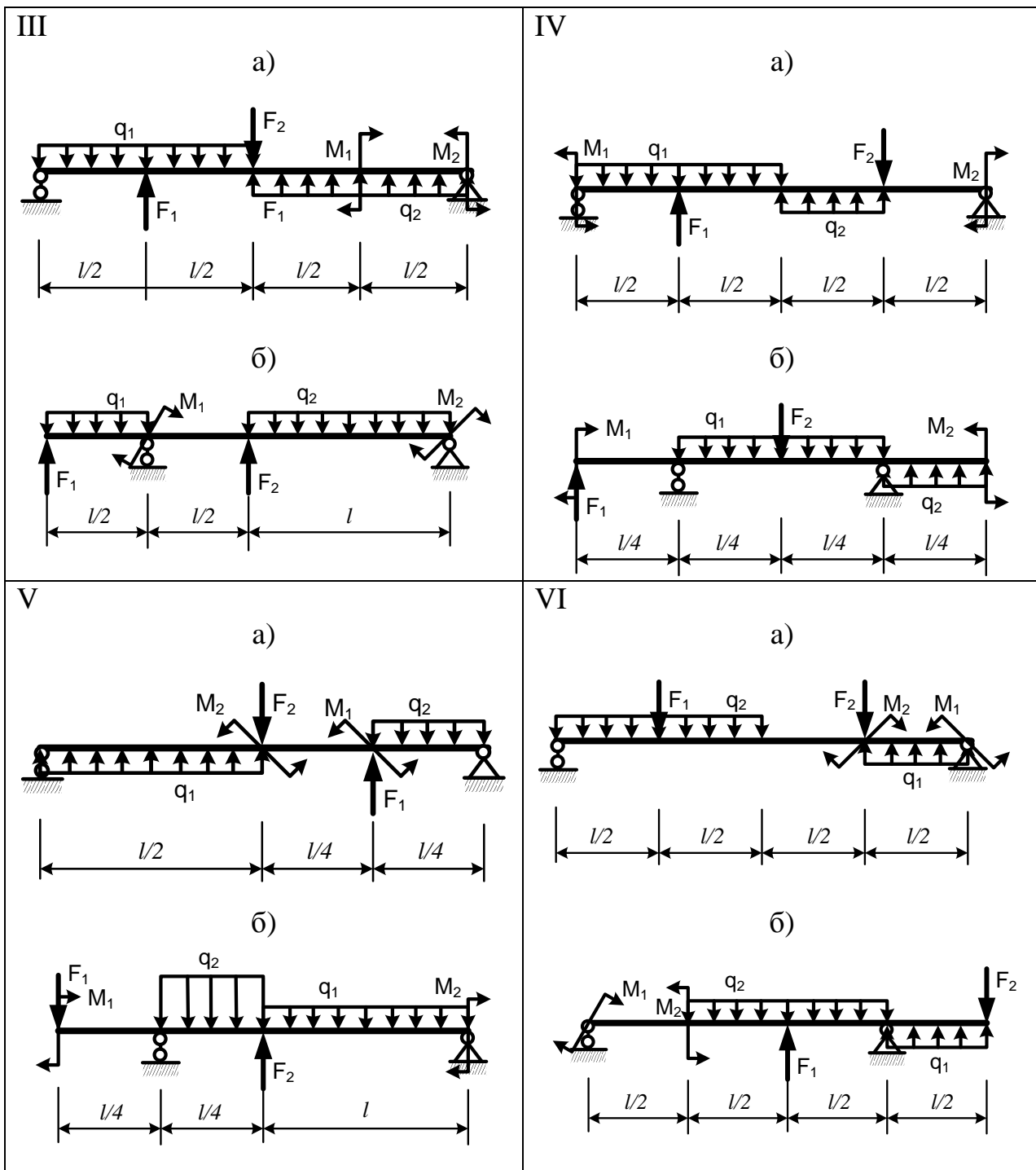


Рисунок 77 (продолжение)

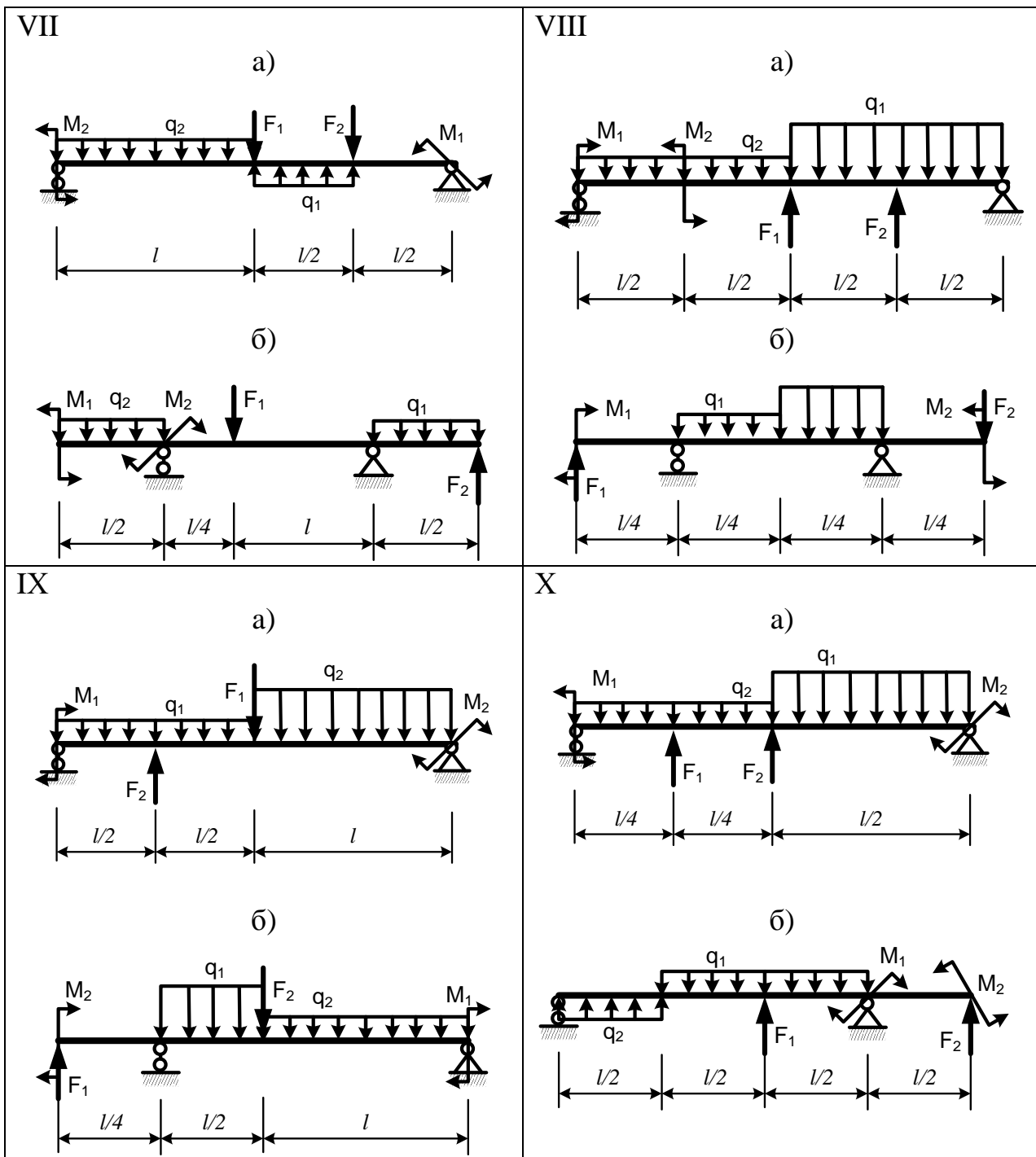


Рисунок 77 (продолжение)

Таблица 7.4

Первая цифра шифра	M_1 , кН·м	M_2 , кН·м	F_1 , кН	F_2 , кН	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	Вторая цифра шифра	l , м	Третья цифра шифра	№ схемы балки
1	5	0	6	0	10	0	1	1,0	1	I
2	10	12	0	0	0	12	2	1,2	2	II
3	0	0	10	15	20	0	3	1,4	3	III
4	12	0	0	12	0	12	4	1,6	4	IV
5	15	0	9	10	0	0	5	1,8	5	V
6	0	8	0	0	20	10	6	2,0	6	VI
7	12	5	20	0	0	0	7	2,2	7	VII
8	14	0	10	15	0	0	8	2,4	8	VIII
9	0	0	16	24	0	15	9	2,6	9	IX
0	0	0	0	10	10	20	0	2,8	0	X

Задание 5

Для заданных двух схем балок (рисунок 78) построить эпюры внутренних усилий.

Для схемы *a* проверить прочность балки в опасном сечении, если поперечное сечение кольцо с внешним диаметром D и толщиной стенки t , внутренний диаметр – d , который вычисляем по формуле:

$$D - 2t = d.$$

$R = 160 \text{ МПа}$. Данные взять из таблицы 7.5.

Для схемы *б* подобрать из условия прочности интенсивность допускаемой нагрузки. $R = 210 \text{ МПа}$ (для двутавра, выполненного из стали) и $R = 10 \text{ МПа}$ (для профилей типа круг и квадрат, изготовленных из дерева). Данные взять из таблицы 7.6.

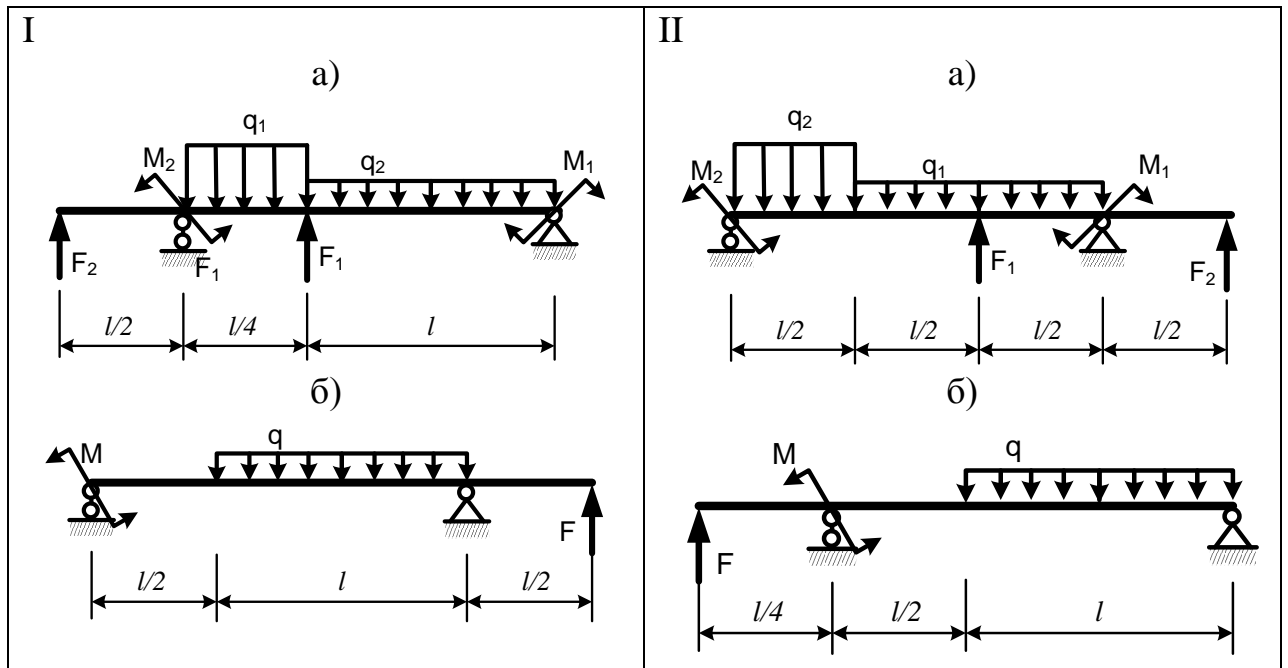


Рисунок 78

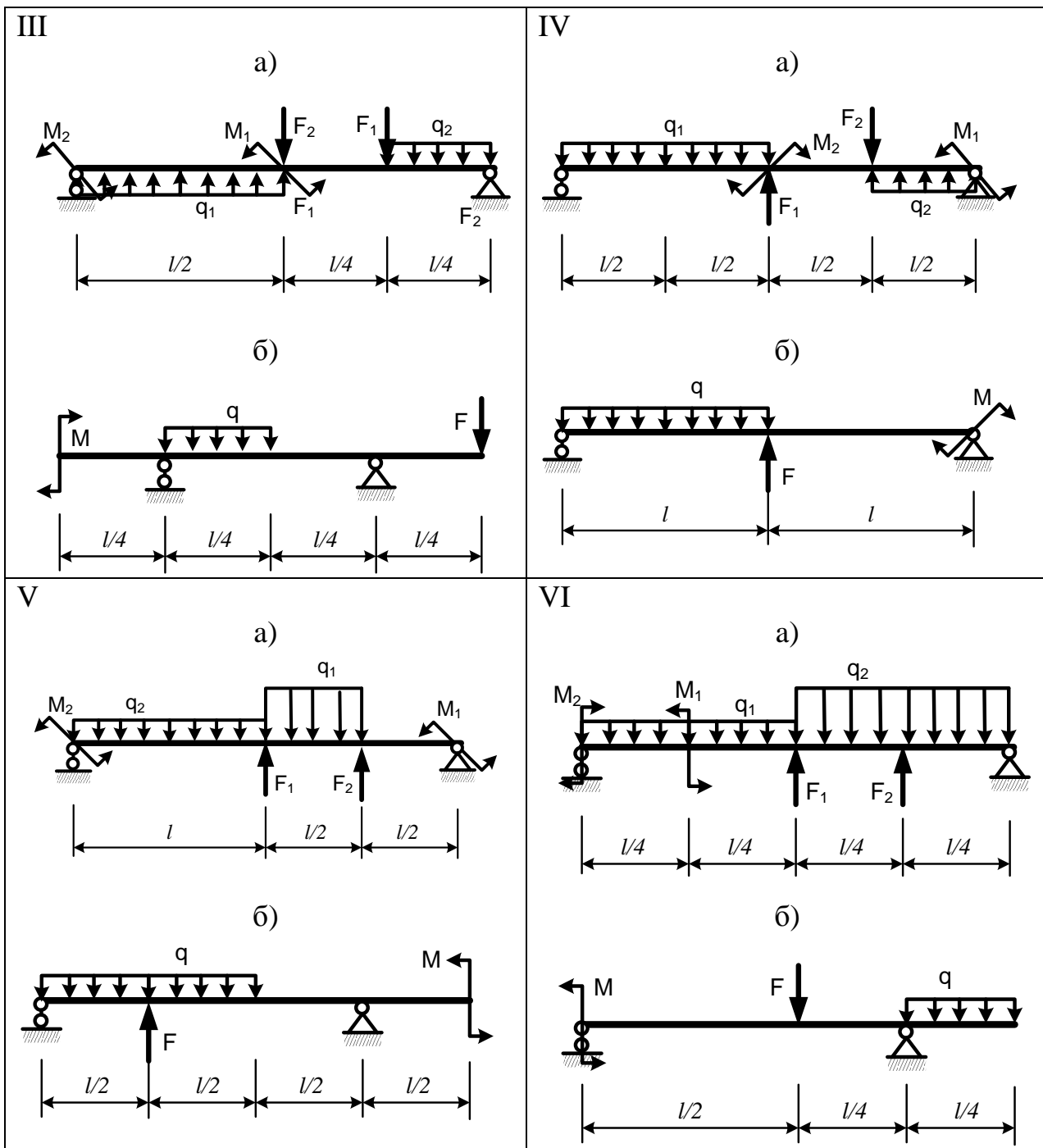


Рисунок 78 (продолжение)

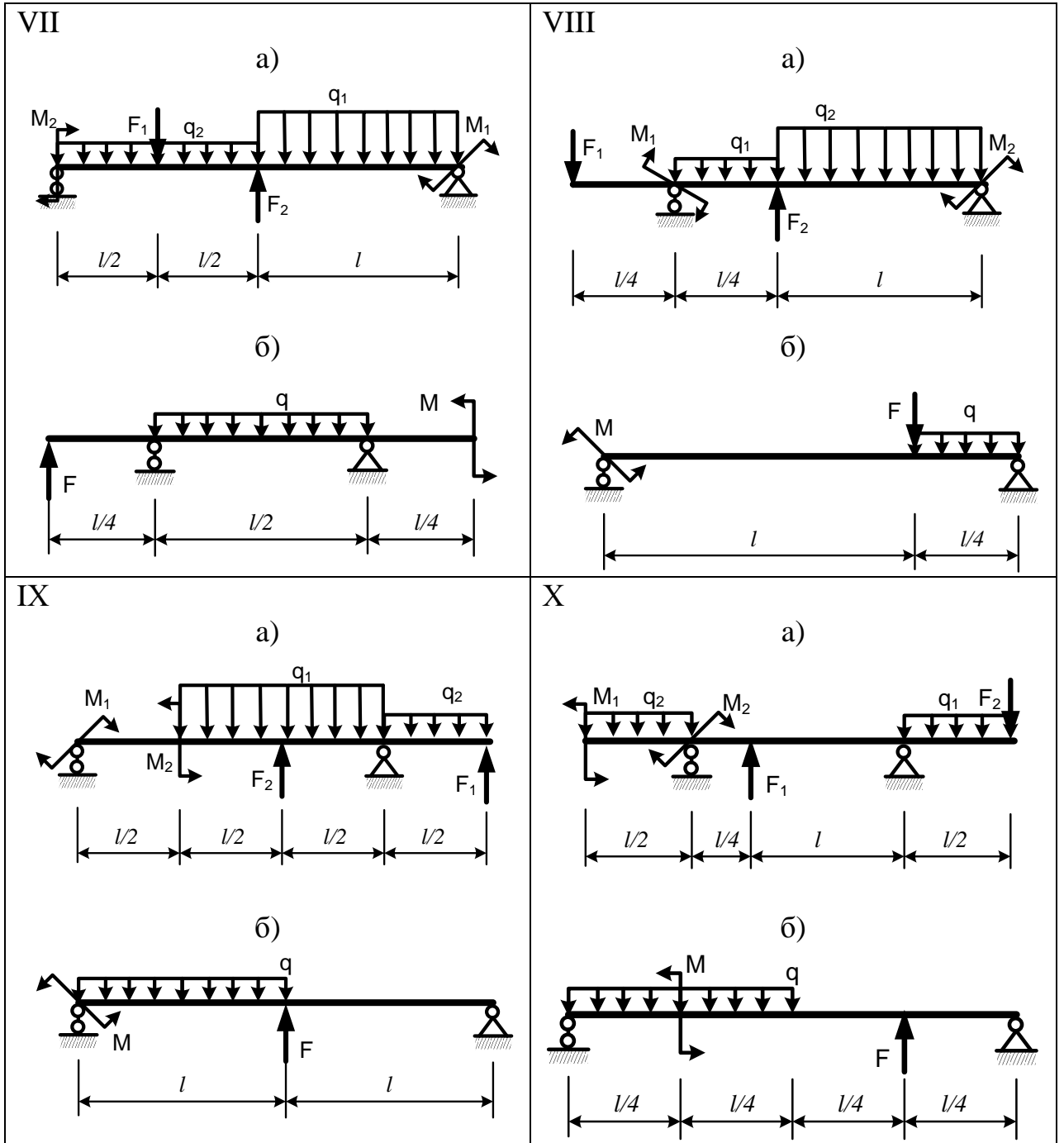


Рисунок 78 (продолжение)

Таблица 7.5

Первая цифра шифра	M_1 , кН·м	M_2 , кН·м	F_1 , кН	F_2 , кН	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	Вторая цифра шифра	l , м	Третья цифра шифра	D , мм	t , мм	№ схемы балки
1	0	5	0	6	0	10	1	1,0	1	114	3	I
2	10	0	15	0	12	0	2	1,2	2	127	3,5	II
3	16	8	10	0	0	0	3	1,4	3	140	4,5	III
4	0	0	10	12	0	12	4	1,6	4	159	5	IV
5	15	12	0	0	12	0	5	1,8	5	168	4	V
6	0	8	10	0	20	0	6	2,0	6	219	6	VI
7	0	0	20	10	0	20	7	2,2	7	273	7	VII
8	20	10	10	0	0	0	8	2,4	8	325	8	VIII
9	24	0	0	10	0	20	9	2,6	9	377	9	IX
0	0	0	20	10	0	20	0	2,8	0	168	5,5	X

Таблица 7.6

Первая цифра шифра	M	F	Вторая цифра шифра	l , м	Третья цифра шифра	Тип сечения	№ схемы балки
1	ql^2	0	1	1,0	1	Двутавр № 14	I
2	0	$2ql$	2	1,2	2	Круг \varnothing 20 см	II
3	$q(0,5)l^2$	0	3	1,4	3	Квадрат 20×20 см	III
4	0	ql	4	1,6	4	Двутавр № 20*	IV
5	$q(0,4)l^2$	0	5	1,8	5	Круг \varnothing 30 см	V
6	0	$3ql$	6	2,0	6	Квадрат 30×30 см	VI
7	$q(0,3)l^2$	0	7	2,2	7	Двутавр № 24*	VII
8	0	$4ql$	8	2,4	8	Круг \varnothing 40 см	VIII
9	$q(0,2)l^2$	0	9	2,6	9	Квадрат 40×40 см	IX
0	0	$5ql$	0	2,8	0	Двутавр № 30*	X

* Сечение двутавр расположено, как указано в ГОСТе.

**7.4 Задания для самостоятельной работы по теме
«Определение перемещений при изгибе. Условие жёсткости»**

Задание 6

Для балок (рисунок 79) с выбранными по шифру из табл. 7.7 (схема *a*) и табл. 7.8 (схема *б*) размерами и нагрузкой требуется построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Для балки *a* определить прогиб и угол поворота на конце консоли методом начальных параметров и методом единичных нагрузок, используя формулу Симпсона-Корноухова. Сравнить результаты. Из условия жёсткости подобрать сечение – круг, если $[\Delta] = \frac{l}{500}$; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Для балки *б* определить прогиб и угол поворота в указанной точке методом единичных нагрузок, используя формулу Симпсона-Корноухова. Проверить выполнение условия жесткости, если поперечное сечение кольцо с внешним диаметром D и толщиной стенки t , внутренний диаметр – d , который вычисляем по формуле:

$$D - 2t = d.$$

$$[\Delta] = \frac{l}{400}; E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа.}$$

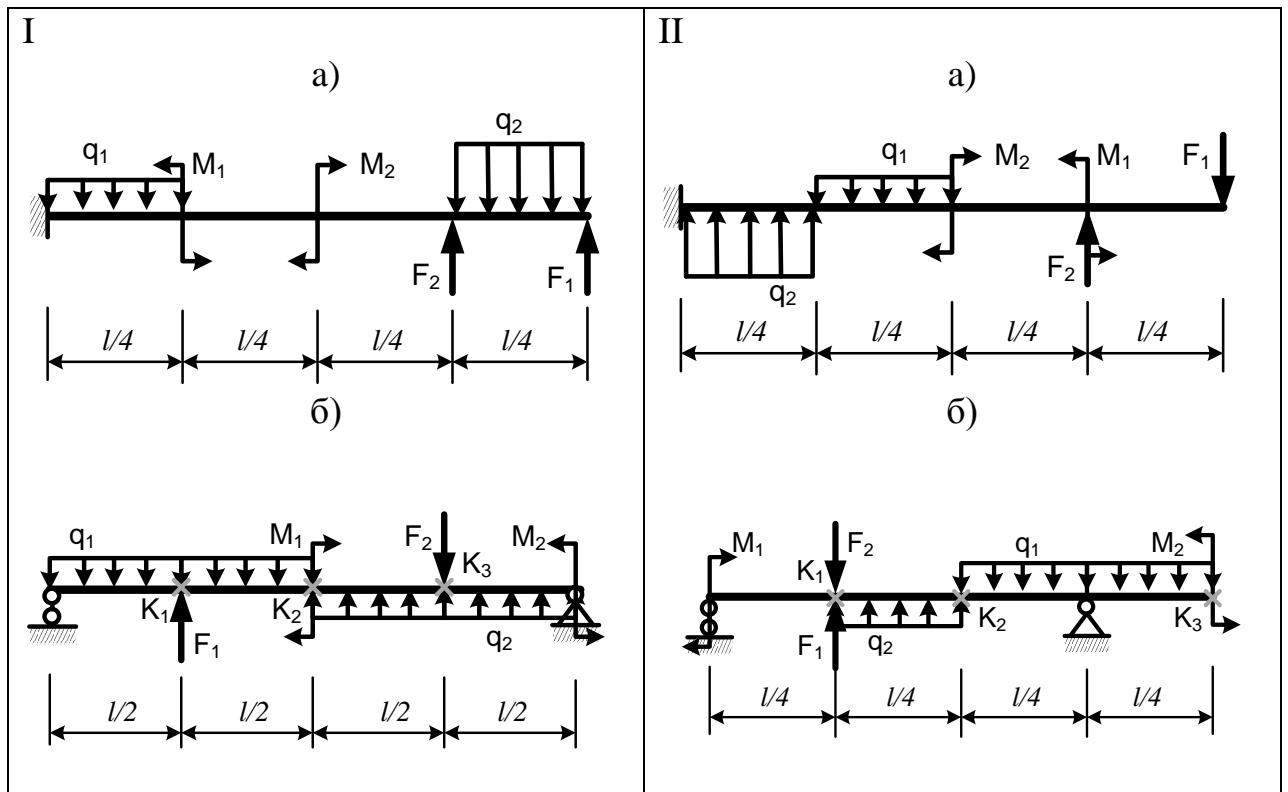


Рисунок 79

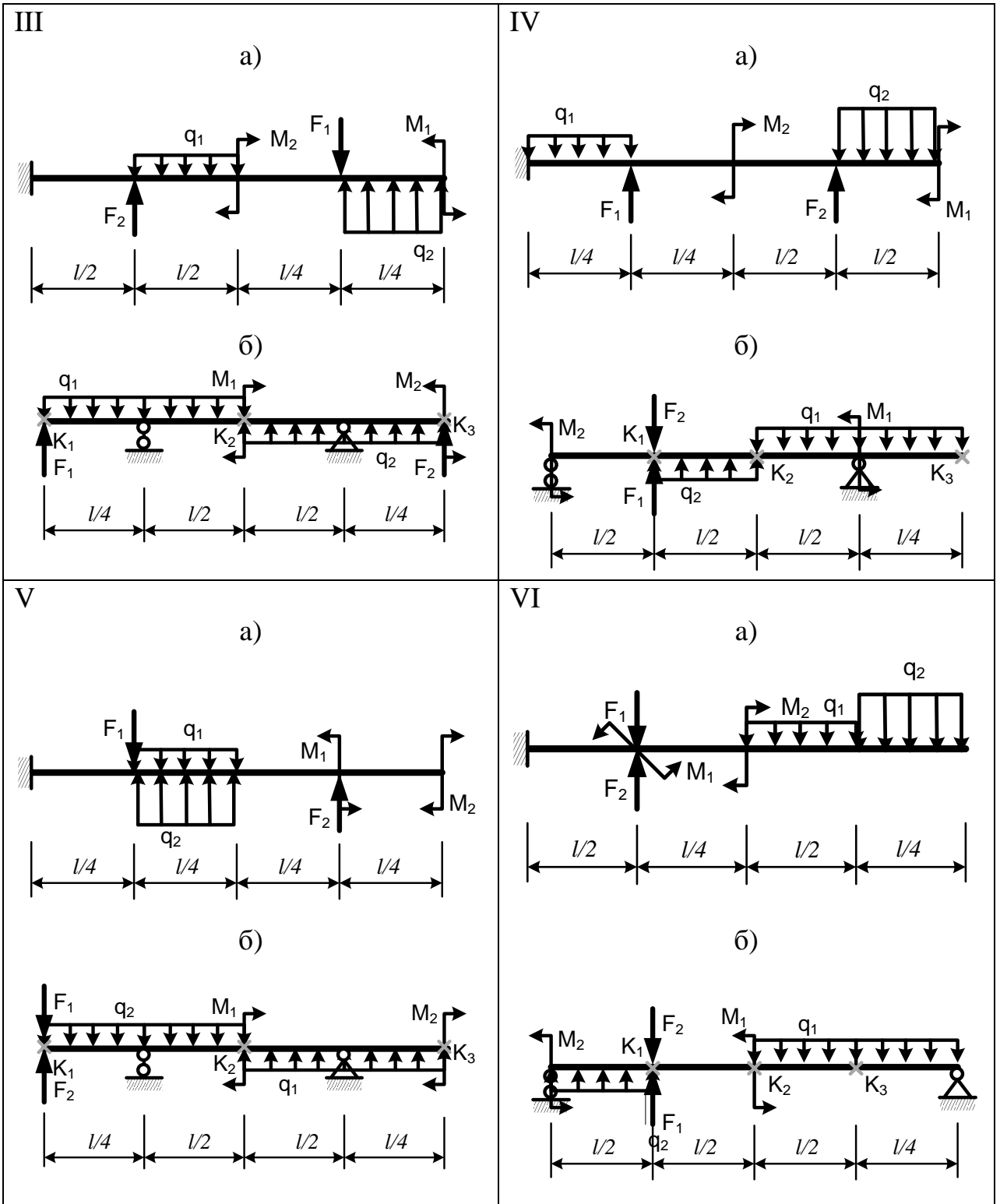


Рисунок 79 (продолжение)

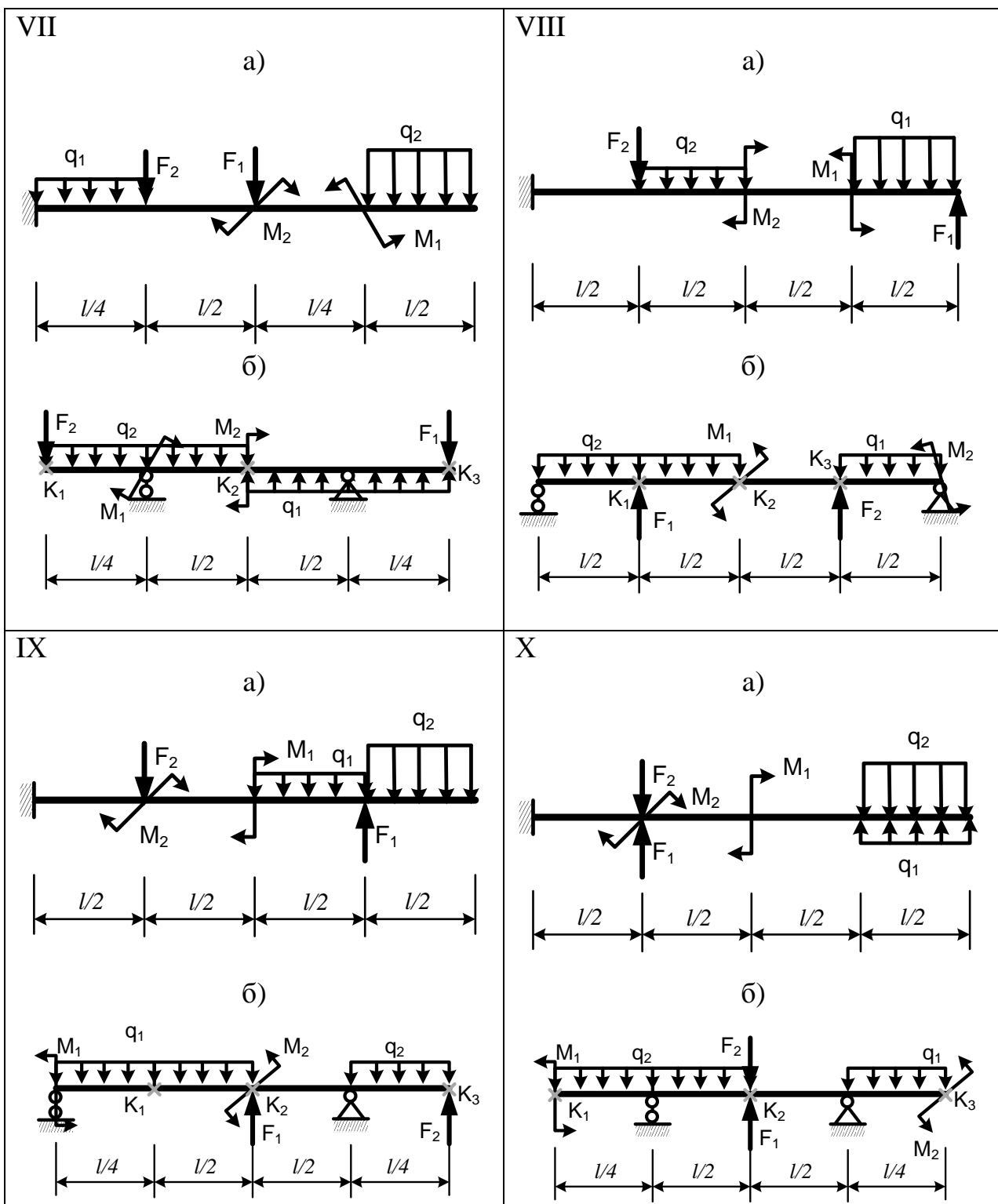


Рисунок 79 (продолжение)

Таблица 7.7

Первая цифра шифра	M_1 , кНм	F_1 , кН	q_1 , кН/м	M_2 , кНм	F_2 , кН	q_2 , кН/м	Вторая цифра шифра	l , м	Третья цифра шифра	№ схемы балки
1	10	15	12	0	0	0	1	1,0	1	I
2	0	0	0	12	6	2	2	1,2	2	II
3	12	0	10	0	8	0	3	1,4	3	III
4	0	12	4	5	0	0	4	1,6	4	IV
5	0	0	6	5	12	0	5	1,8	5	V
6	15	4	0	0	0	8	6	2,0	6	VI
7	2	10	0	0	0	10	7	2,2	7	VII
8	4	0	8	0	5	0	8	2,4	8	VIII
9	0	0	20	6	14	0	9	2,6	9	IX
0	0	8	0	8	0	4	0	2,8	0	X

* Сечение двутавр расположено, как указано в ГОСТе.

Таблица 7.8

Первая цифра шифра	M_1 , кН·м	M_2 , кН·м	F_1 , кН	F_2 , кН	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	Вторая цифра шифра	l , м	Точка, в которой необходимо вычислить перемещения	Третья цифра шифра	D , мм	t , мм	№ схемы балки
1	0	0	0	6	0	10	1	1,0	K_1	1	114	3	I
2	0	0	15	0	12	0	2	1,2	K_2	2	127	3,5	II
3	16	0	10	0	0	0	3	1,4	K_3	3	140	4,5	III
4	0	0	10	0	0	12	4	1,6	K_1	4	159	5	IV
5	15	0	0	0	12	0	5	1,8	K_2	5	168	4	V
6	0	8	0	0	20	0	6	2,0	K_3	6	219	6	VI
7	0	0	0	10	20	0	7	2,2	K_1	7	273	7	VII
8	20	10	0	0	0	0	8	2,4	K_2	8	325	8	VIII
9	24	0	0	0	0	20	9	2,6	K_3	9	377	9	IX
0	0	10	0	0	0	20	0	2,8	K_1	0	168	5,5	X

7.5 Задания для самостоятельной работы по теме «Расчёт неразрезных балок при помощи уравнения трёх моментов»

Задание 7

Для балки (рисунок 80) с выбранными по шифру из табл. 7.9 размерами и нагрузкой требуется выполнить расчет с использованием метода трёх моментов, построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил. Подобрать поперечное сечение балки – круг, если $R = 160 \text{ МПа}$.

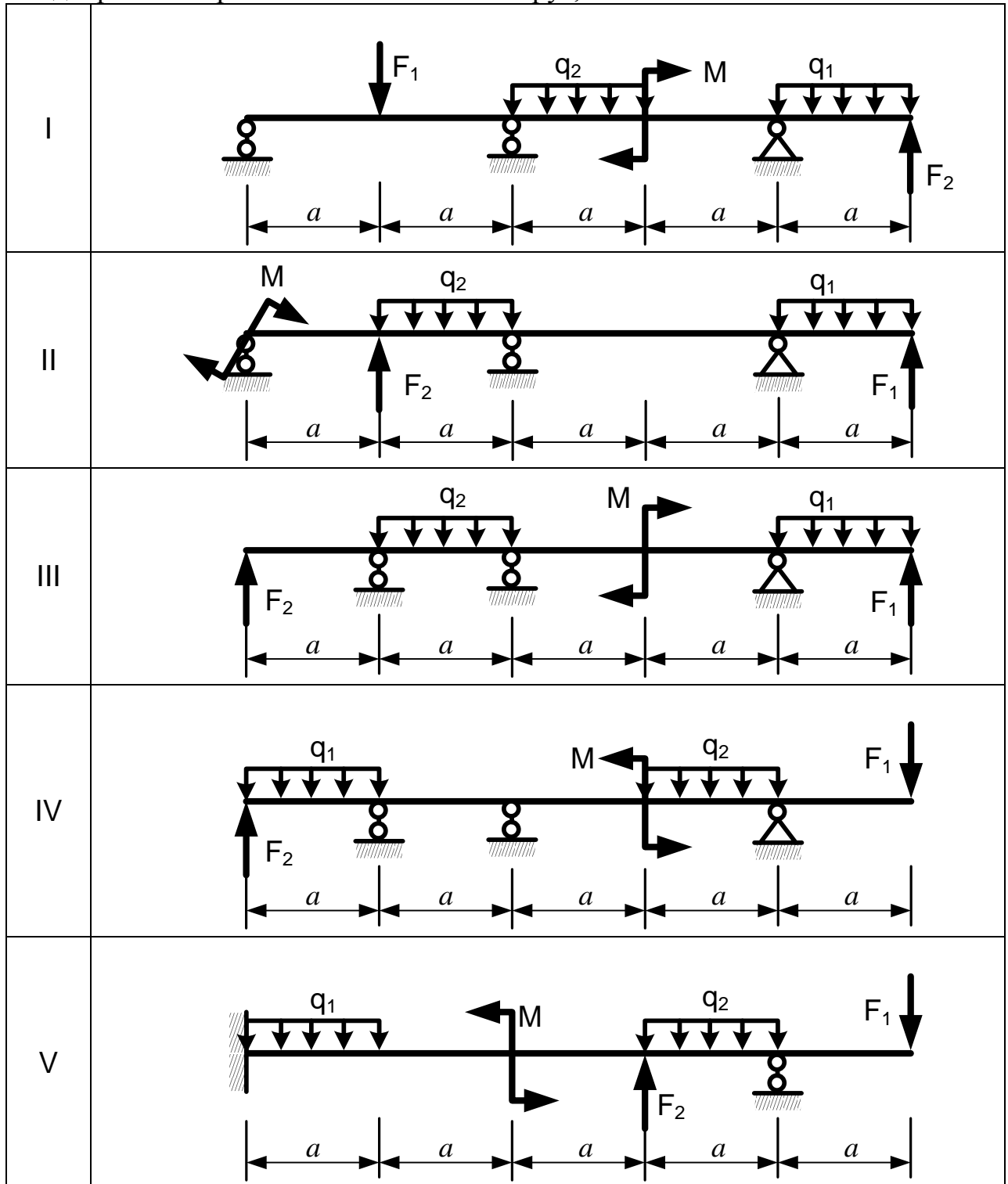


Рисунок 80

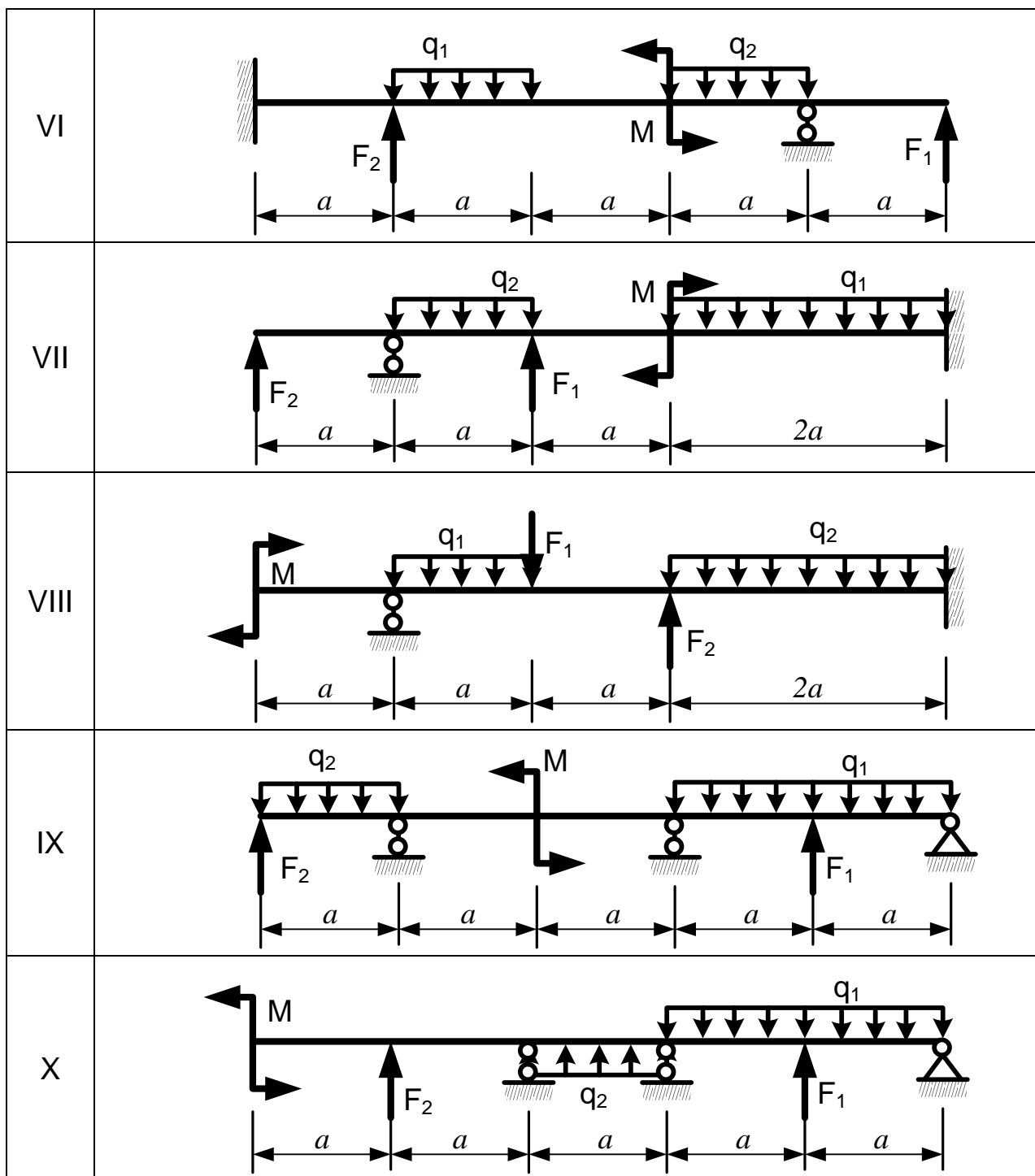


Рисунок 80 (продолжение)

Таблица 7.9

Первая цифра шифра	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	M , кН·м	F_1 , кН	F_2 , кН	Вторая цифра шифра	a , м	Третья цифра шифра	№ схемы балки
1	10	0	5	0	0	1	0,5	1	I
2	0	0	0	10	20	2	1,0	2	II
3	15	20	0	0	0	3	0,25	3	III
4	0	10	0	8	0	4	1,2	4	IV
5	0	0	10	0	15	5	0,6	5	V
6	0	0	12	6	0	6	0,8	6	VI
7	0	10	10	0	0	7	0,45	7	VII
8	20	0	0	0	8	8	1,5	8	VIII
9	0	20	0	0	6	9	0,55	9	IX
0	12	0	0	8	0	0	0,9	0	X

Глава 8 ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ К ЗАЧЁТУ И ЭКЗАМЕНУ

В данной главе приведено 100 тестовых заданий по темам курса «Техническая механика», которые дадут возможность проверить знания и умения при подготовке к зачёту и экзамену.

Тестовое задание № 1

Техническая механика – это наука о _____ элементов конструкций.

Варианты ответов:

- прочности, жесткости и устойчивости;
- прочности, жесткости и однородности;
- прочности, устойчивости и сплошности;
- жесткости, устойчивости и пластичности.

Тестовое задание № 2

Напряжение – это сила, ...

Варианты ответов:

- приложенная к каждой единице объема тела;
- приложенная к точке поверхности тела;
- приходящаяся на единицу площади сечения;
- приложенная к каждой единице площади поверхности тела.

Тестовое задание № 3

Способность материала сопротивляться разрушению под действием внешних нагрузок называется ...

Варианты ответов:

- упругостью;

- изотропностью;
- твердостью;
- прочностью.

Тестовое задание № 4

Способность элементов конструкции сопротивляться внешним нагрузкам в отношении изменения формы и размеров называется ...

Варианты ответов:

- жесткостью;
- упругостью;
- устойчивостью;
- твердостью.

Тестовое задание № 5

Свойство материала тела восстанавливать свои первоначальные размеры после снятия внешних сил называется...

Варианты ответов:

- изотропностью;
- твердостью;
- упругостью;
- однородностью.

Тестовое задание № 6

Для того чтобы перемещения отдельных точек конструкции не превышали определенных наперед заданных величин, конструкция должна обладать свойством ...

Варианты ответов:

- жесткости;
- пластичности;
- упругости;
- прочности.

Тестовое задание № 7

Основным объектом, изучаемым в технической механике, является ...

Варианты ответов:

- стержень;
- массивное тело;
- оболочка;
- пластина.

Тестовое задание № 8

Тело не разрушается под воздействием внешних сил, если его материал обладает свойством ...

Варианты ответов:

- упругости;
- жесткости;
- пластичности;
- прочности.

Тестовое задание № 9

Процесс разделения тела на части под действием внешних сил называется ...

Варианты ответов:

- идеальной упругостью;
- пластичностью;
- разрушением;
- прочностью.

Тестовое задание № 10

В технической механике для строительных специальностей основным методом расчета на прочность является метод расчета по ...

Варианты ответов:

- предельным состояниям;
- деформациям;
- разрушающим нагрузкам;
- допускаемым напряжениям.

Тестовое задание № 11

Расчетной схемой называется ...

Варианты ответов:

- абсолютно твердое тело;
- реальный объект, освобожденный от особенностей, несущественных при решении данной задачи;
- математическая модель задачи;

- объект, учитывающий влияние внешней нагрузки.

Тестовое задание № 12

Объект, освобожденный от особенностей, несущественных при решении данной задачи, называется...

Варианты ответов:

- абсолютно твердым телом;
- математической моделью;
- расчетной схемой;
- реальной конструкцией.

Тестовое задание № 13

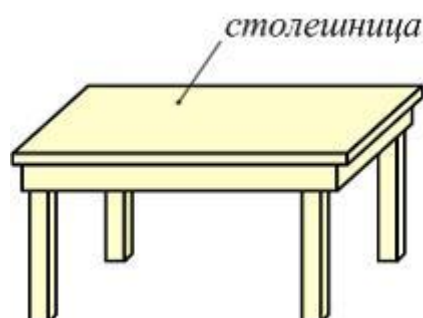
Колонна здания относится к классу ...

Варианты ответов:

- массивов;
- пластин;
- стержней;
- оболочек.

Тестовое задание № 14

Моделью формы столешницы стола (см. рисунок) является ...



Варианты ответов:

- оболочка;
- пластина;
- стержень;
- массивное тело.

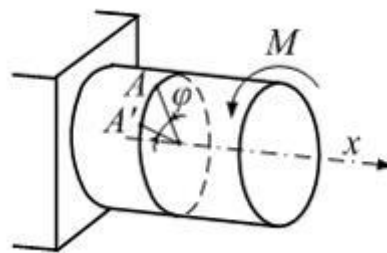
Тестовое задание № 15

Первым этапом при расчете конструкции является ...

Варианты ответов:

- выбор расчетной схемы;
- определение реакций опор;
- построение эпюр внутренних силовых факторов;
- составление условия прочности.

Тестовое задание № 16



Величина φ является ...

Варианты ответов:

- угловым перемещением центра тяжести поперечного сечения;
- угловым перемещением поперечного сечения стержня;
- углом поворота стержня;

- углом поворота точки A .

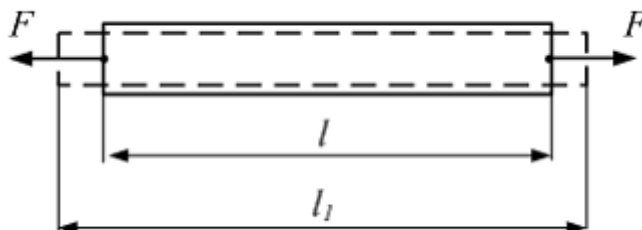
Тестовое задание № 17

Размерность линейной деформации – ...

Варианты ответов:

- длина;
- $\frac{1}{\text{длина}}$;
- $\frac{\text{длина}}{\text{длина}}$;
- $\frac{\text{сила}}{\text{длина}}$.

Тестовое задание № 18

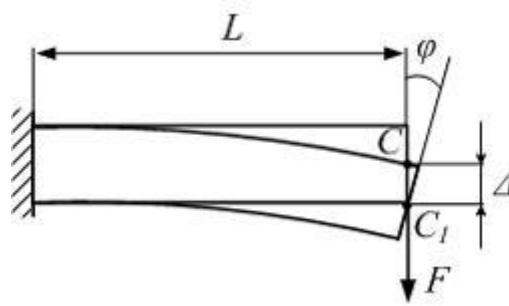


Первоначальная длина стержня (см. рисунок) равна l . После приложения растягивающих сил длина стержня стала l_1 . Величина $\Delta l = l_1 - l$ называется ...

Варианты ответов:

- абсолютным удлинением;
- абсолютным укорочением;
- относительным удлинением;
- напряжением.

Тестовое задание № 19



Угловым перемещением сечения (см. рис.) является величина...

Варианты ответов:

- Δ ;
- φ ;
- L ;
- F .

Тестовое задание № 20

Для определения нормальных напряжений в точках поперечного сечения балки при плоском изгибе используется формула ...

Варианты ответов:

- $\sigma = \frac{N}{A}$;
- $\sigma = \frac{M_x}{J_x}$;
- $\sigma = \frac{M_x}{J_x} y$;

$\sigma = \frac{M_x}{W_x} y.$

Тестовое задание № 21

При определении наибольшего нормального напряжения в поперечном сечении балки, при плоском изгибе, используют формулу ...

Варианты ответов:

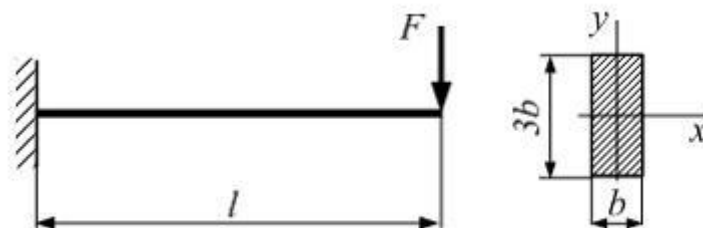
$\sigma = \frac{M_x}{J_x};$

$\sigma = \frac{M_x}{W_x};$

$\sigma = \frac{N}{A};$

$\sigma = \frac{M_x}{W_x} y.$

Тестовое задание № 22

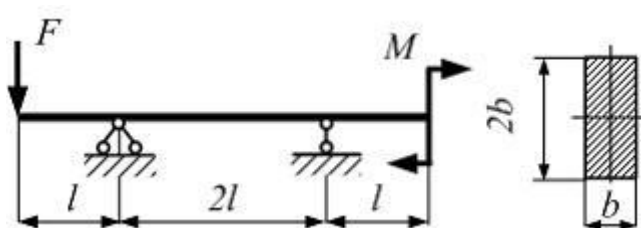


Консольная балка прямоугольного сечения нагружена силой $F = 3$ кН. Расчётное сопротивление для материала балки $R = 160$ МПа, линейный размер $b = 20$ мм. Наибольшая длина консоли l из расчета на прочность по нормальным напряжениям равна в _____ см.

Варианты ответов:

- 96;
- 128;
- 64;
- 32.

Тестовое задание № 23

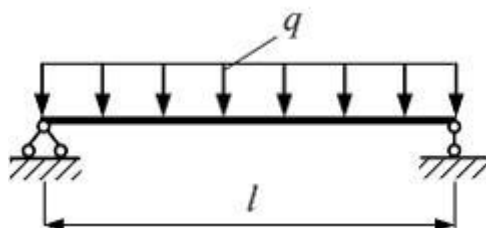


Балка нагружена силой $F = 6\text{кН}$ и моментом $M = 2\text{кН} \cdot \text{м}$. Размер $l = 0,5\text{м}$; $b = 10\text{см}$. Значение максимального нормального напряжения в балке равно _____ МПа.

Варианты ответов:

- 45;
- 60;
- 30;
- 4,5.

Тестовое задание № 24

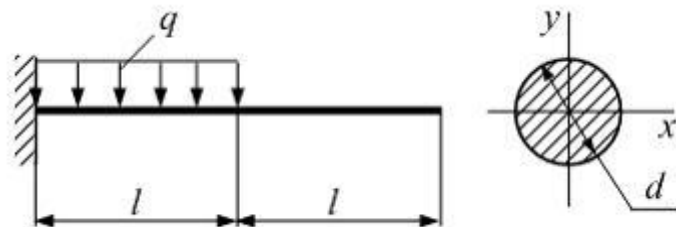


Балка длиной l нагружена равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью q . Значение (по абсолютной величине) максимального изгибающего момента равно ...

Варианты ответов:

- $\frac{ql^2}{8}$;
- $\frac{ql^2}{4}$;
- $\frac{ql^2}{2}$;
- ql^2 .

Тестовое задание № 25



Консоль на половине длины нагружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивности $q = 20 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$. Модуль упругости материала балки $E = 10^4 \text{ МПа}$, размер $l = 2 \text{ м}$. Прогиб на свободном конце консоли не должен превышать $\Delta_{adm} = 1 \text{ см}$. Из условия жесткости диаметр поперечного сечения d равен ____ см.

Варианты ответов:

- 28,4;
- 42,4;
- 18,5;
- 37,1.

Тестовое задание № 26

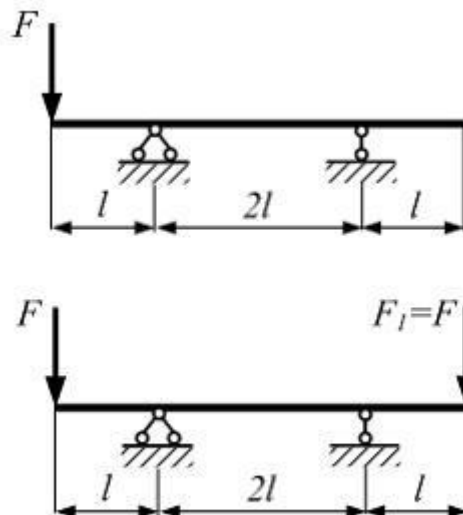
При плоском изгибе максимальные нормальные напряжения действуют в точках поперечного сечения, ...

Варианты ответов:

- лежащих на нейтральной линии;
- расположенных в плоскости действия момента;
- лежащих в плоскости перпендикулярной действию момента;
- наиболее удаленных от нейтральной линии.

Тестовое задание № 27

Однопролетная двухконсольная балка нагружена силой F . К балке дополнительно прикладывается сила $F = F_1$. С изменением схемы нагружения прочность балки ...

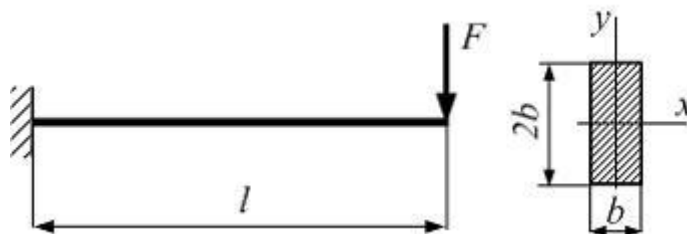


Варианты ответов:

- увеличится в два раза;
- не изменится;
- уменьшится в два раза;
- уменьшится в четыре раза.

Тестовое задание № 28

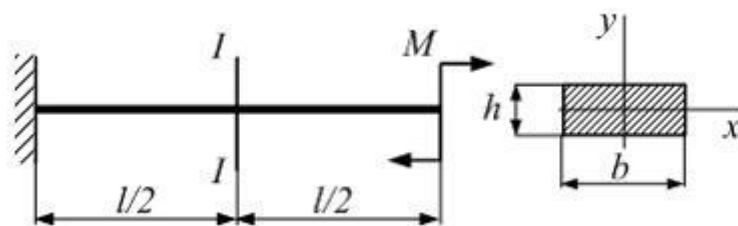
Прогиб на свободном конце консоли не должен превышать $\frac{1}{400}$ от ее длины. Модуль упругости материала $E = 10^4$ МПа, $F = 10$ кН, длина $l = 2$ м. Из условия жесткости размер поперечного сечения b равен _____ см.



Варианты ответов:

- 20;
- 17;
- 28;
- 10.

Тестовое задание № 29



Консольная балка длиной $l = 80$ см нагружена моментом $M = 40$ Н·м. Поперечное сечение балки прямоугольник: $b = 4$ см, $h = 0,6$ см. Модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Радиус кривизны балки в сечении I-I равен ____ м.

Варианты ответов:

- 6;
- 4,8;

- 5,2;
- 3,6.

Тестовое задание № 30

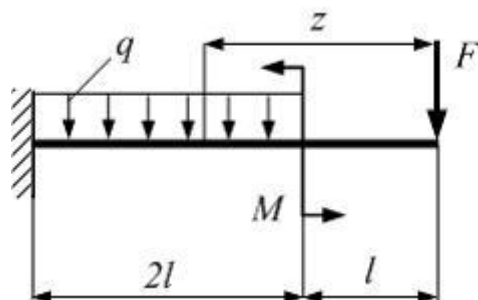
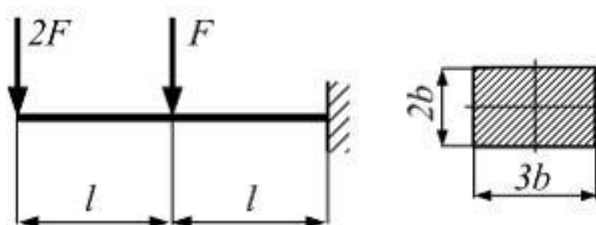


Схема нагружения консольной балки показана на рисунке. Выражение изгибающего момента M_x в сечении с координатой z имеет вид ...

Варианты ответов:

- $M + F \cdot z + \frac{1}{2} q(z - l)^2$;
- $M + F \cdot z - \frac{1}{2} q(z - l)^2$;
- $M - F \cdot z - \frac{1}{2} q(z - l)^2$;
- $-F \cdot z - \frac{1}{2} q(z - l)^2$.

Тестовое задание № 31

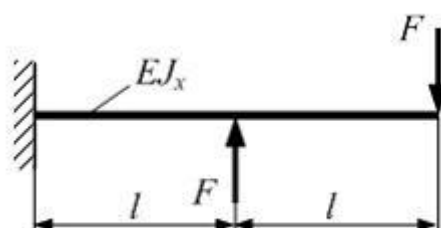


Расчётное сопротивление для материала балки $R = 10$ МПа. Значение силы $F = 16$ кН, линейный размер $l = 2$ м. Из расчета на прочность по нормальным напряжениям размер поперечного сечения балки b равен _____ см.

Варианты ответов:

- 10;
- 15;
- 40;
- 20.

Тестовое задание № 32

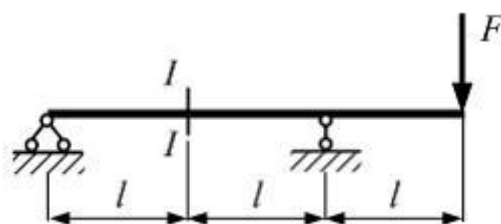


Консольная балка длиной $2l$ нагружена силами F . Модуль упругости материала E , осевой момент инерции сечения J_x заданы. Прогиб концевое сечения примет значение Δ , когда значение силы F равно ...

Варианты ответов:

- $\frac{6}{11} \frac{EJ_x}{l^3} \Delta$;
- $\frac{3}{11} \frac{EJ_x}{l^3} \Delta$;
- $\frac{8}{11} \frac{EJ_x}{l^3} \Delta$;
- $\frac{4}{11} \frac{EJ_x}{l^3} \Delta$.

Тестовое задание № 33



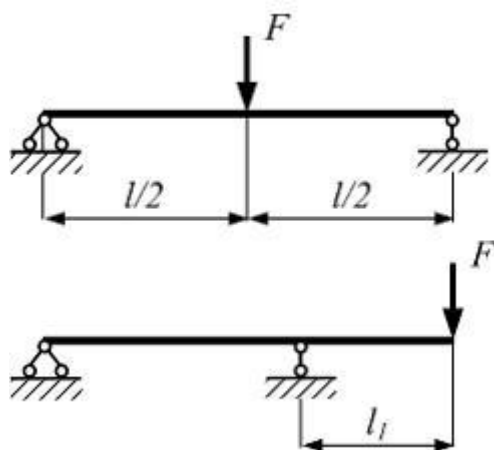
Однопролетная консольная балка нагружена силой F . Размер l задан.

Значения изгибающего момента и поперечной силы по абсолютной величине в сечении I–I равны ...

Варианты ответов:

- $\frac{1}{2}Fl, F;$
- $\frac{1}{2}Fl, \frac{3}{2}F;$
- $Fl, F;$
- $\frac{1}{2}Fl, \frac{1}{2}F.$

Тестовое задание № 34



Две балки одинакового поперечного сечения изготовлены из одного материала и нагружены силами F . Балки будут равнопрочны, если длина консоли l_1 равна _____. Влиянием касательных напряжений пренебречь.

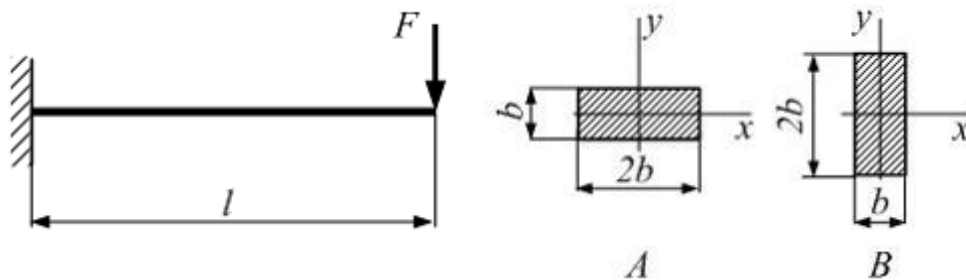
Варианты ответов:

- $0,25l;$
- $l;$
- $0,5l;$

- $\frac{2}{3}l$.

Тестовое задание № 35

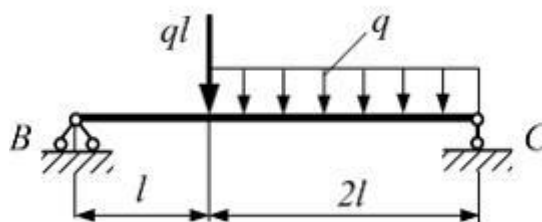
Консольная балка длиной l имеет два варианта расположения прямоугольного поперечного сечения. Сила F , линейные размеры b и h заданы. В опасном сечении балки отношение наибольших нормальных напряжений $\frac{\sigma_A}{\sigma_B}$ равно ...



Варианты ответов:

- 2;
- 6;
- 4;
- 1.

Тестовое задание № 36



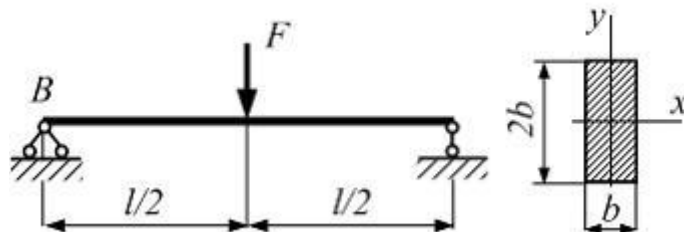
Однопролетная балка BC длиной $3l$ нагружена силой ql и равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q . Максимальные значения изгибающего момента и поперечной силы по абсолютной величине соответственно равны ...

Варианты ответов:

- $\frac{16}{3}ql^2, \frac{4}{3}ql;$
- $\frac{4}{3}ql^2, \frac{4}{3}ql;$
- $\frac{25}{9}ql^2, \frac{5}{3}ql;$
- $\frac{25}{18}ql^2, \frac{5}{3}ql.$

Тестовое задание № 37

Балка длиной l в середине пролета нагружена силой F . Размеры поперечного сечения по длине балки не меняются. Модуль упругости материала E задан. Угол поворота сечения B равен ...

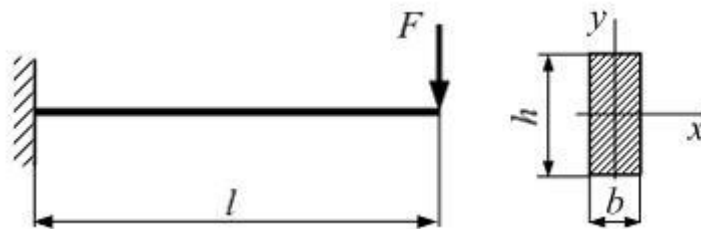


Варианты ответов:

- $\frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EJ_x};$
- $\frac{3}{16} \frac{Fl^2}{EJ_x};$
- $\frac{5}{16} \frac{Fl^2}{EJ_x};$
- $\frac{1}{8} \frac{Fl^2}{EJ_x}.$

Тестовое задание № 38

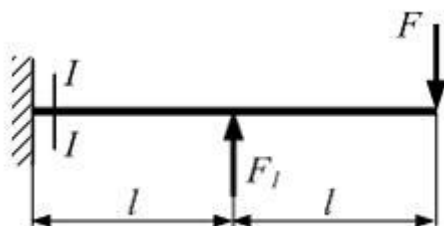
Консоль длиной l нагружена силой F . Сечение балки прямоугольное с размерами b и h . Модуль упругости материала E . При увеличении линейных размеров l, b, h в два раза значение максимального прогиба ...



Варианты ответов:

- уменьшится в 2 раза;
- не изменится;
- увеличится в 4 раза;
- увеличится в 2 раза.

Тестовое задание № 39



Консольная балка длиной $2l$ нагружена силами F_1 и F . Сечение I–I расположено бесконечно близко в заделке. Изгибающий момент в сечении I–I равен нулю, если значение силы F_1 равно ...

Варианты ответов:

- $0,5F$;
- F ;

- $3F$;
- $2F$.

Тестовое задание № 40

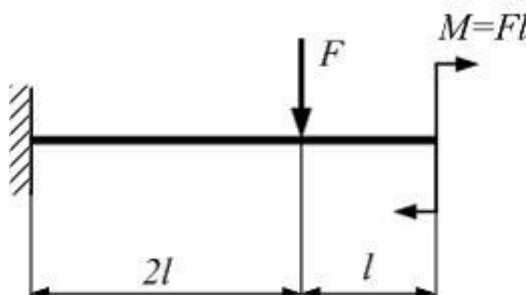
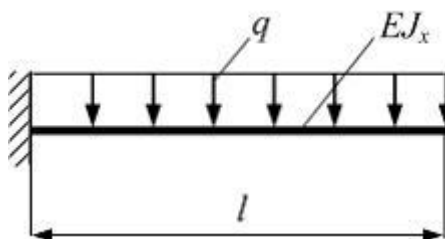


Схема нагружения консольной балки показана на рисунке. При изменении направления сосредоточенной силы F на противоположное значение максимального (по абсолютной величине) изгибающего момента ...

Варианты ответов:

- увеличится в 3 раза;
- не изменится;
- уменьшится в 3 раза;
- уменьшится в 2 раза.

Тестовое задание № 41

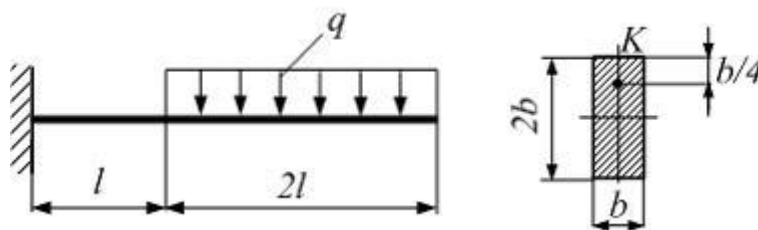


Консольная балка длиной l нагружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q . Жесткость поперечного сечения на изгиб EJ_x по всей длине постоянна. Прогиб свободного конца балки по абсолютной величине равен ...

Варианты ответов:

- $\frac{1}{3} \frac{ql^4}{EJ_x}$;
- $\frac{3}{8} \frac{ql^4}{EJ_x}$;
- $\frac{1}{4} \frac{ql^4}{EJ_x}$;
- $\frac{1}{8} \frac{ql^4}{EJ_x}$.

Тестовое задание № 42

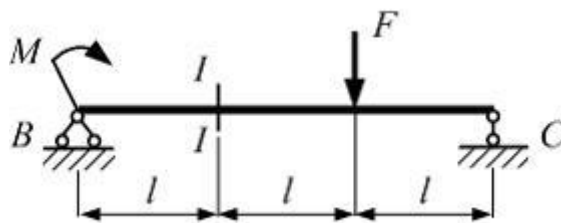


Интенсивность равномерно распределенной нагрузки – q , линейные размеры b и l заданы. Значение нормального напряжения в точке K опасного сечения балки равно ...

Варианты ответов:

- $\frac{9}{2} \frac{ql^2}{b^3}$;
- $4 \frac{ql^2}{b^3}$;
- $3 \frac{ql^2}{b^3}$;
- $\frac{9}{4} \frac{ql^2}{b^3}$.

Тестовое задание № 43

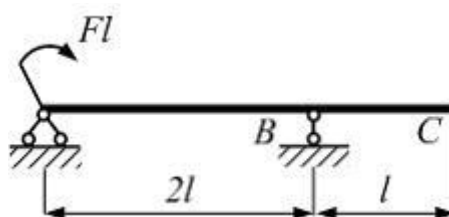


Однопролетная балка BC длиной $3l$ нагружена силой F и моментом M . Поперечная сила в сечении I–I будет равна нулю, если значение M равно ...

Варианты ответов:

- $\frac{1}{3}Fl$;
- Fl ;
- $2Fl$;
- $\frac{1}{2}Fl$.

Тестовое задание № 44

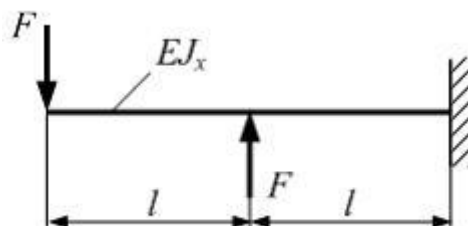


Длина консоли балки $l = 1$ м. Прогиб на свободном конце $\Delta = 5$ мм. Угол поворота сечения над опорой B равен _____ радиан.

Варианты ответов:

- $5 \cdot 10^{-3}$;
- $5 \cdot 10^{-1}$;
- $5 \cdot 10^{-4}$;
- $5 \cdot 10^{-2}$.

Тестовое задание № 45

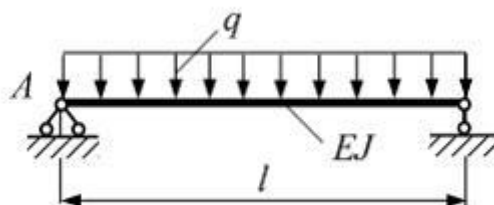


Консольная балка длиной $2l$ нагружена внешними силами. Жесткость поперечного сечения на изгиб EJ_x по длине постоянна. Прогиб концевое сечения достигнет величины $[\Delta]$, когда значение силы F равно ...

Варианты ответов:

- $\frac{6}{13} \frac{EJ_x}{l^3} [\Delta];$
- $\frac{5}{11} \frac{EJ_x}{l^3} [\Delta];$
- $\frac{2}{3} \frac{EJ_x}{l^3} [\Delta];$
- $\frac{6}{11} \frac{EJ_x}{l^3} [\Delta].$

Тестовое задание № 46

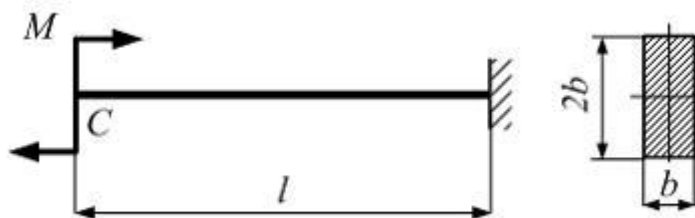


Однопролетная балка длиной l нагружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q . Жесткость поперечного сечения на изгиб EJ_x по длине постоянна. Угол поворота сечения A равен ...

Варианты ответов:

- $\frac{1}{24} \frac{ql^4}{EJ_x}$;
- $\frac{1}{16} \frac{ql^3}{EJ_x}$;
- $\frac{1}{8} \frac{ql^3}{EJ_x}$;
- $\frac{1}{24} \frac{ql^3}{EJ_x}$.

Тестовое задание № 47

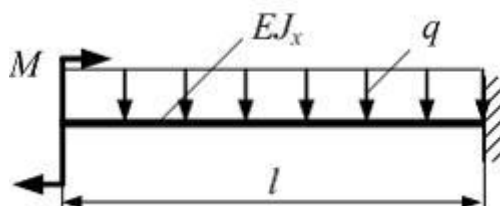


Балка прямоугольного сечения с размерами b и $2b$ нагружена моментом M . Модуль упругости материала E , длина l заданы. Прогиб конечного сечения балки C по абсолютной величине, равен ...

Варианты ответов:

- $\frac{3}{4} \frac{Ml^2}{Eb^4}$;
- $\frac{Ml^2}{Eb^4}$;
- $\frac{1}{2} \frac{Ml^2}{Eb^4}$;
- $\frac{4}{3} \frac{Ml^2}{Eb^4}$.

Тестовое задание № 48

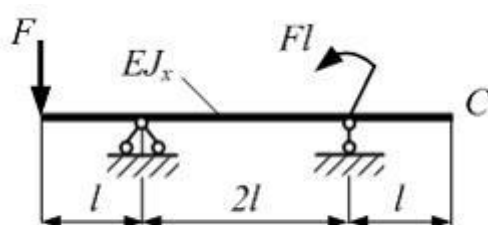


Жесткость поперечного сечения на изгиб EJ_x по длине балки постоянна. Величины: q – интенсивность равномерно распределенной нагрузки, l – длина – заданы. Прогиб свободного конца балки равен нулю, когда изгибающий момент M имеет значение ____ .

Варианты ответов:

- $\frac{1}{4}ql^2$;
- $\frac{1}{2}ql^2$;
- $\frac{1}{8}ql^2$;
- ql^2 .

Тестовое задание № 49



Однопролетная двухконсольная балка нагружена силой и моментом. Жесткость поперечного сечения на изгиб EJ_x по длине постоянна. Линейный размер l задан. Прогиб сечения C от внешней нагрузки по абсолютной величине равен...

Варианты ответов:

- $\frac{2 Fl^3}{3 EJ_x}$;
- $\frac{4 Fl^3}{3 EJ_x}$;
- $\frac{8 Fl^3}{3 EJ_x}$;
- $\frac{1 Fl^3}{3 EJ_x}$.

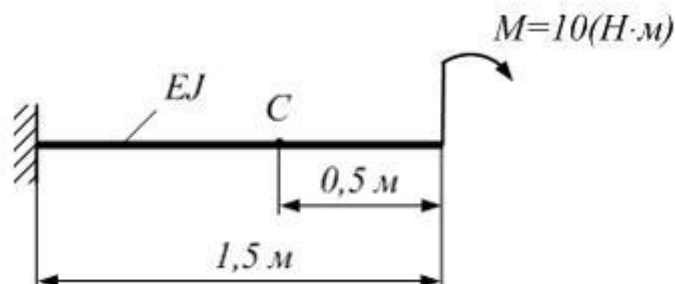
Тестовое задание № 50

Поперечная сила Q_y в произвольном поперечном сечении стержня численно равна алгебраической сумме проекций на ось...

Варианты ответов:

- x всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения;
- y всех внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения;
- y всех внешних и внутренних сил, действующих на стержень;
- y всех внешних сил, действующих на стержень.

Тестовое задание № 51

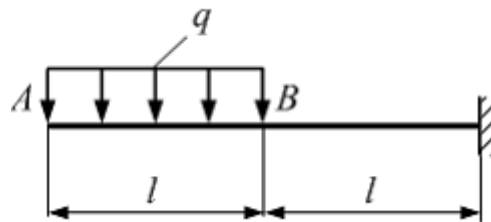


Вертикальное перемещение сечения C равно...

Варианты ответов:

- $\frac{5H \cdot m^3}{EJ_x}$;
- $\frac{15H \cdot m^3}{4EJ_x}$;
- $\frac{10H \cdot m^3}{EJ_x}$;
- $\frac{20H \cdot m^3}{3EJ_x}$.

Тестовое задание № 52



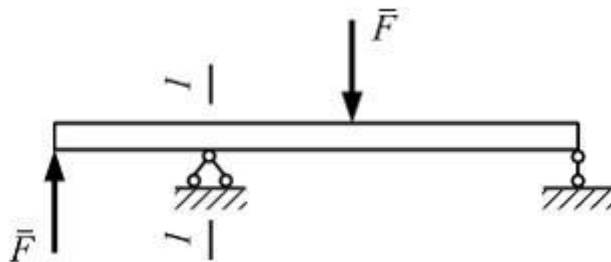
Консольная балка на участке AB нагружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q . Жесткость поперечного сечения стержня на изгиб EJ_x всей длине постоянна. Угол поворота сечения B , по абсолютной величине равен...

Варианты ответов:

- $\frac{2ql^3}{EJ_x}$;
- 0 ;
- $\frac{5}{12} \frac{ql^4}{EJ_x}$;

○ $\frac{ql^3}{EJ_x}$.

Тестовое задание № 53

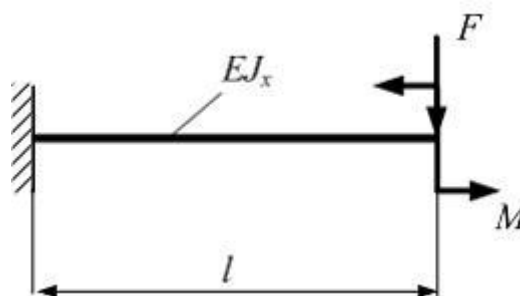


В поперечном сечении I-I ...

Варианты ответов:

- будет прогиб;
- нет перемещений;
- будет прогиб и поворот сечения;
- будет поворот сечения.

Тестовое задание № 54



Жесткость поперечного сечения балки на изгиб EJ_x по длине постоянна. Сила F , размер l заданы. Прогиб свободного конца балки равен нулю, когда значение момента M равно ...

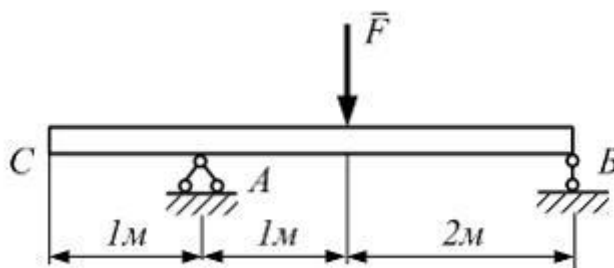
Варианты ответов:

○ $\frac{1}{3}Fl$;

- $\frac{2}{3}Fl$;
- Fl ;
- $\frac{4}{3}Fl$.

Тестовое задание № 55

Прогиб на свободном конце балки $\Delta = 7\text{ мм}$. Угол поворота поперечного сечения над опорой A равен...



Варианты ответов:

- 7 минутам;
- 0 минут;
- 24 минутам;
- 12 минутам.

Тестовое задание № 56

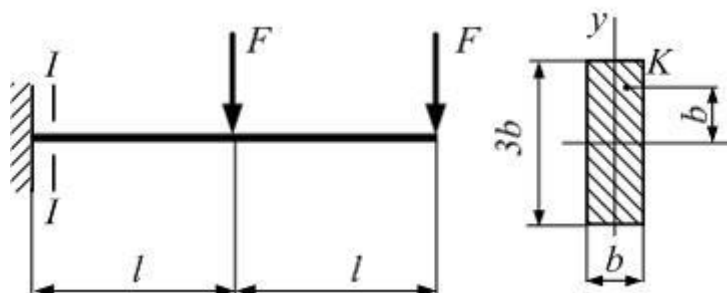


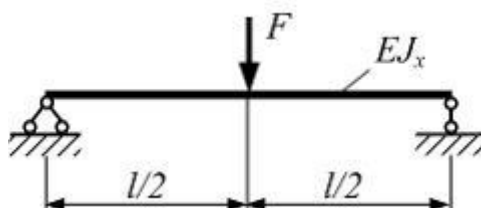
Схема нагружения балки прямоугольного сечения с размерами $b \times 3b$ представлена на рисунке. Сила F и размер l заданы. Значение

нормального напряжения в точке K сечения $I-I$ равно ...

Варианты ответов:

- $2 \frac{Fl}{b^3};$
- $12 \frac{Fl}{b^3};$
- $\frac{4 Fl}{9 b^3};$
- $\frac{4 Fl}{3 b^3};$

Тестовое задание № 57



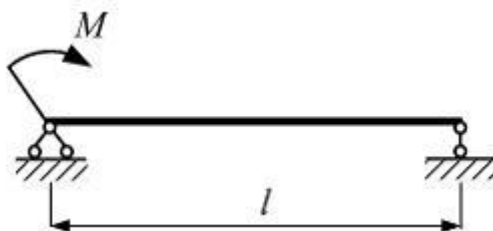
Однопролетная балка длиной l в середине пролета нагружена силой F . Жесткость поперечного сечения на изгиб EJ_x постоянна по длине. При увеличении длины пролета в два раза максимальный прогиб ...

Варианты ответов:

- увеличится в 3 раза;
- увеличится в 8 раз;
- увеличится в 4 раза;
- не изменится.

Тестовое задание № 58

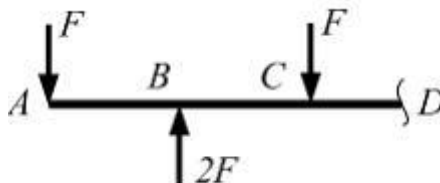
Балка длиной l нагружена моментом M . Поперечная сила по длине балки ...



Варианты ответов:

- меняется по закону квадратной параболы;
- равна нулю;
- постоянна;
- меняется по линейному закону.

Тестовое задание № 59



На рисунке показана отсеченная часть балки и нагрузка, действующая на нее. **Неверным** является утверждение, что поперечная сила ...

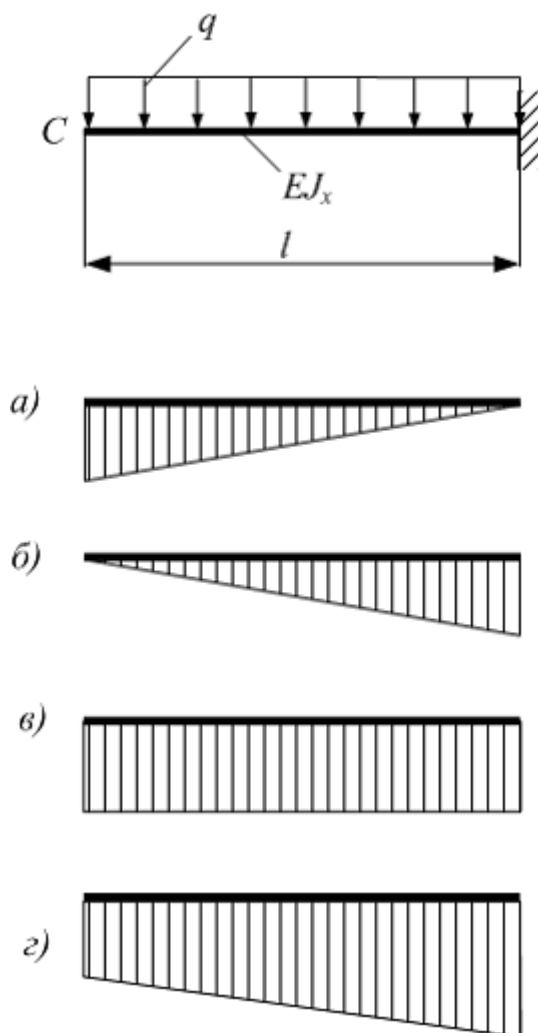
Варианты ответов:

- в сечении B изменяется скачком;
- на участке CD равна нулю;
- на участке BC меняется по линейному закону
- на участке AB постоянна.

Тестовое задание № 60

Необходимо определить прогиб поперечного сечения C (см. рисунок) с

помощью формулы Симпсона-Корноухова. Правильная эпюра изгибающего момента в единичном состоянии (единичная сила направлена вверх), построенная на растянутом волокне, имеет вид ...

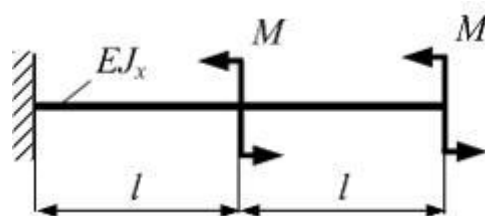


Варианты ответов:

- в;
- а;
- г;
- б.

Тестовое задание № 61

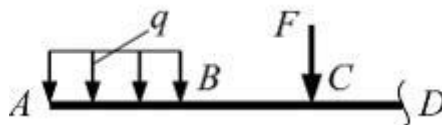
Консоль длиной $2l$ нагружена двумя моментами. Жесткость поперечного сечения на изгиб EJ_x по длине постоянна. Прогиб свободного конца консоли равен Δ , если значение момента M равно ...



Варианты ответов:

- $\frac{2 EJ_x}{7 l^2} \Delta;$
- $\frac{2 EJ_x}{9 l^2} \Delta;$
- $\frac{2 EJ_x}{7 l^4} \Delta;$
- $\frac{2 EJ_x}{3 l^2} \Delta.$

Тестовое задание № 62



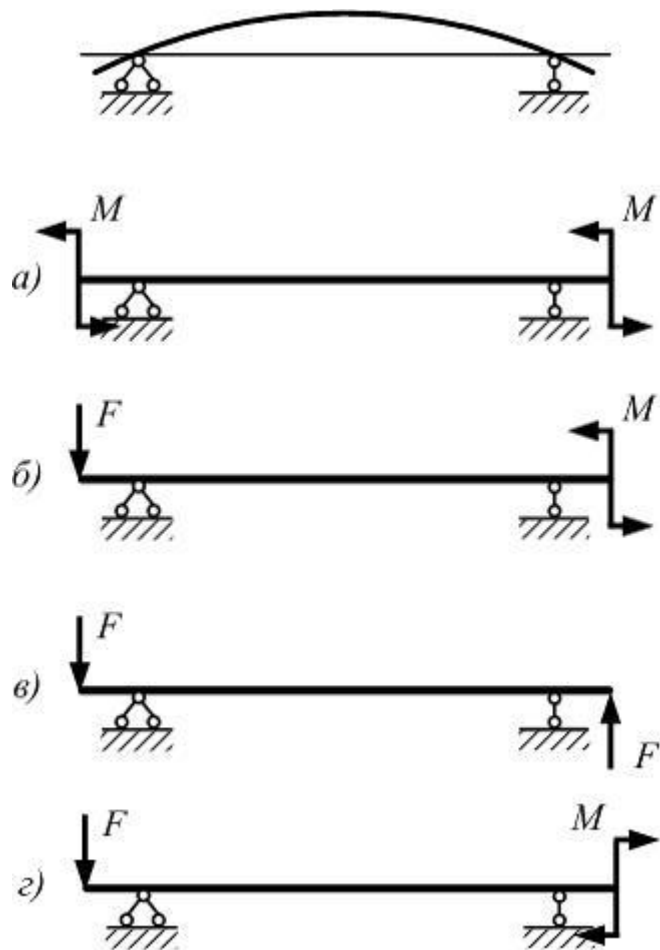
На схеме показана отсеченная часть балки и нагрузка, действующая на нее. **Неверным** является утверждение, что изгибающий момент ...

Варианты ответов:

- на участке AB меняется по закону квадратной параболы;
- на участке BC переменный;
- на участке CD переменный;
- в сечении A имеет экстремальное значение.

Тестовое задание № 63

На рисунке показан примерный вид изогнутой оси балки. Схема нагружения балки, соответствующая представленной форме изгиба, показана на схеме ...

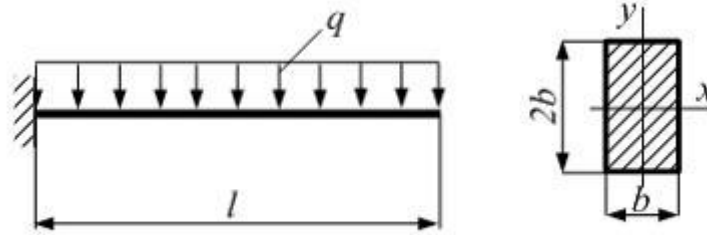


Варианты ответов:

- в;
- г;
- б;
- а.

Тестовое задание № 64

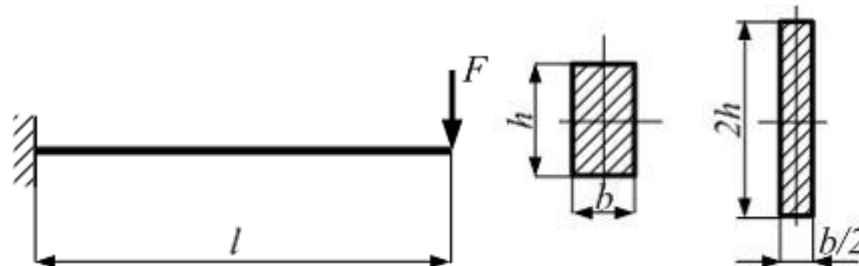
Консольная балка прямоугольного сечения с размерами b и $2b$ нагружена равномерно распределенной нагрузкой. Расчётное сопротивление для материала балки R задано. Из расчета на прочность по нормальным напряжениям максимально допустимое значение интенсивности нагрузки q равно ...



Варианты ответов:

- $\frac{2 R l^2}{3 b^3}$;
- $\frac{4 R b^3}{3 l^2}$;
- $\frac{3 R b^3}{4 l^2}$;
- $\frac{4 R l^3}{3 b^2}$.

Тестовое задание № 65



Консоль длиной l прямоугольного сечения с размерами b и h нагружена силой F . Если высоту h увеличить в два раза, а ширину b уменьшить в два раза, максимальное нормальное напряжение в балке ...

Варианты ответов:

- не изменится;
- уменьшится в четыре раза;
- увеличится в два раза;
- уменьшится в два раза.

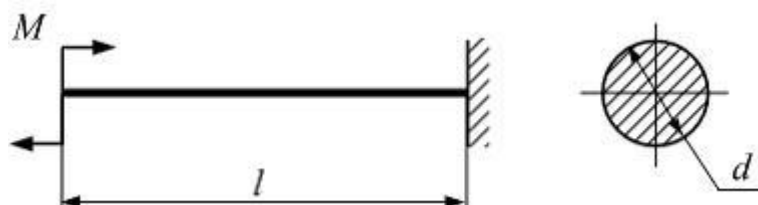
Тестовое задание № 66

Для определения продольной силы в поперечном сечении стержня используется метод ...

Варианты ответов:

- аппроксимаций;
- сил;
- сечений;
- интегралов Мора.

Тестовое задание № 67



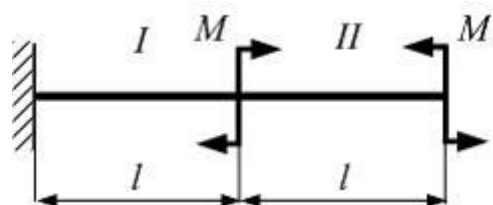
Консольная балка длиной l нагружена моментом M . Значение расчётного сопротивления R известно. Из расчета на прочность по нормальным напряжениям минимально допустимое значение диаметра поперечного сечения d равно ...

Варианты ответов:

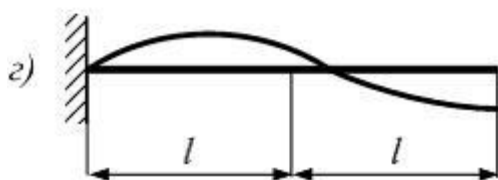
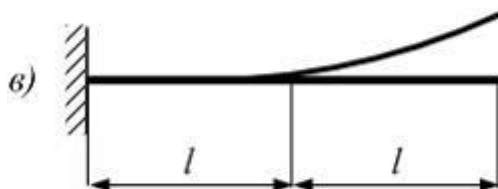
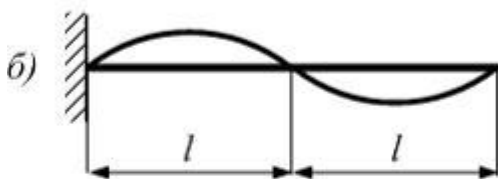
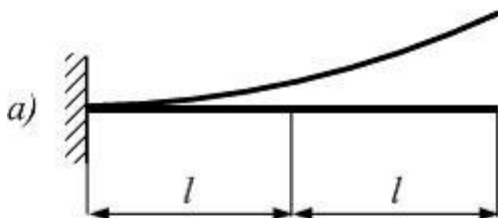
- $\sqrt[3]{\frac{16M}{\pi R}}$;
- $\sqrt[3]{\frac{8M}{\pi R}}$;
- $\sqrt[3]{\frac{32M}{\pi R}}$;

○ $\sqrt[3]{\frac{64M}{\pi R}}$.

Тестовое задание № 68



Консоль нагружена внешними моментами. Примерный вид изогнутой оси балки показан на схеме ...



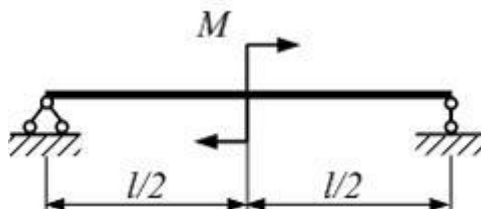
Варианты ответов:

○ б;

○ а;

- в;
- г.

Тестовое задание № 69



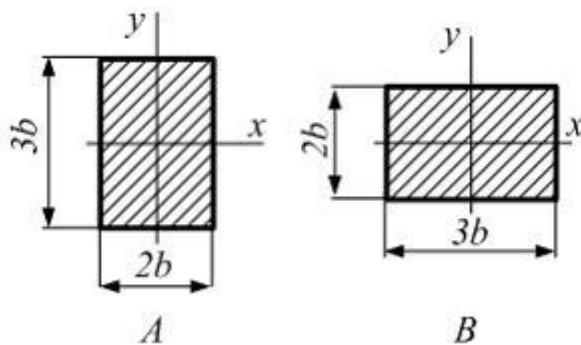
Однопролетная балка длиной l нагружена в середине пролета моментом M . Форма и размеры поперечного сечения по длине балки не меняются. Значение расчётного сопротивления для материала балки R задано. Из расчета на прочность по нормальным напряжениям момент сопротивления поперечного сечения при изгибе W_x должен быть не меньше ...

Варианты ответов:

- $\frac{M}{2R}$;
- $\frac{M}{4R}$;
- $2\frac{M}{R}$;
- $\frac{M}{R}$.

Тестовое задание № 70

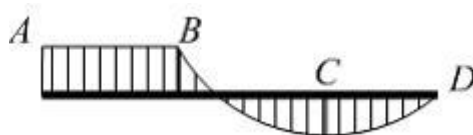
Балка имеет прямоугольное поперечное сечение с размерами $2b$ и $3b$. При повороте поперечного сечения из положения A в положение B грузоподъемность балки, из расчета по нормальным напряжениям, ...



Варианты ответов:

- уменьшится в 2 раза;
- увеличится в 1,5 раза;
- уменьшится в 1,5 раза;
- не изменится.

Тестовое задание № 71



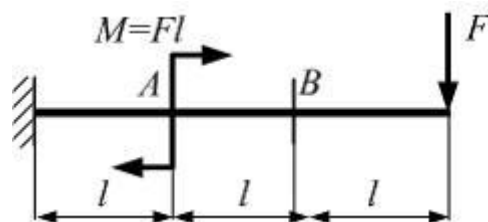
Эпюра изгибающих моментов показана на рисунке. В отношении действующей на балку нагрузки, **неверным** является утверждение, что ...

Варианты ответов:

- на участке BD действует распределенная нагрузка;
- в сечении B к балке приложен сосредоточенный момент;
- в сечении A к балке приложен сосредоточенный момент;
- в сечении B начинается распределенная нагрузка.

Тестовое задание № 72

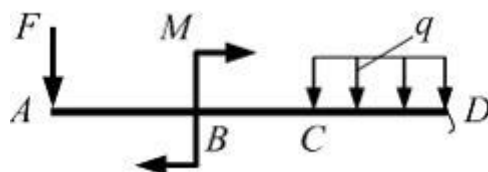
Схема нагружения консольной балки внешней нагрузкой показана на рисунке. Значение максимального изгибающего момента при переносе пары сил с моментом $M = Fl$ из сечения A в сечение B ...



Варианты ответов:

- уменьшится на Fl ;
- не изменится;
- увеличится на Fl ;
- увеличится на $2Fl$.

Тестовое задание № 73



На схеме показана отсечная часть стержня и нагрузка, действующая на нее. **Неверным** является утверждение, что изгибающий момент ...

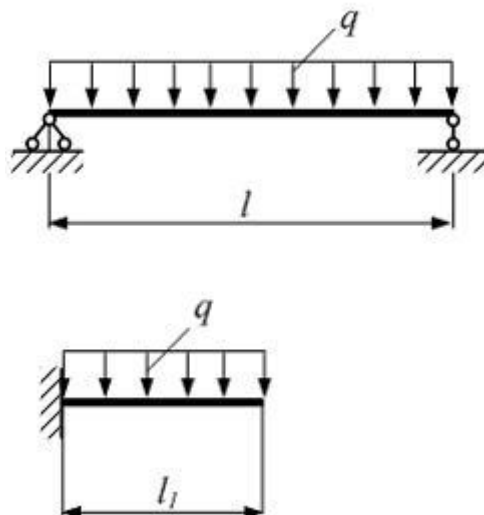
Варианты ответов:

- на участке CD меняется по линейному закону;
- на участке AB переменный;
- в сечении B изменяется скачком;
- в сечении A равен нулю.

Тестовое задание № 74

Две балки одинакового поперечного сечения изготовлены из одного материала и нагружены равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью q . Балки будут равнопрочные, когда длина консоли

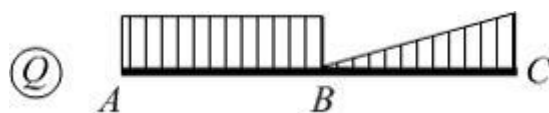
l_1 равна _____.



Варианты ответов:

- $l_1 = \frac{1}{4}l;$
- $l_1 = l;$
- $l_1 = \frac{3}{4}l;$
- $l_1 = \frac{1}{2}l.$

Тестовое задание № 75



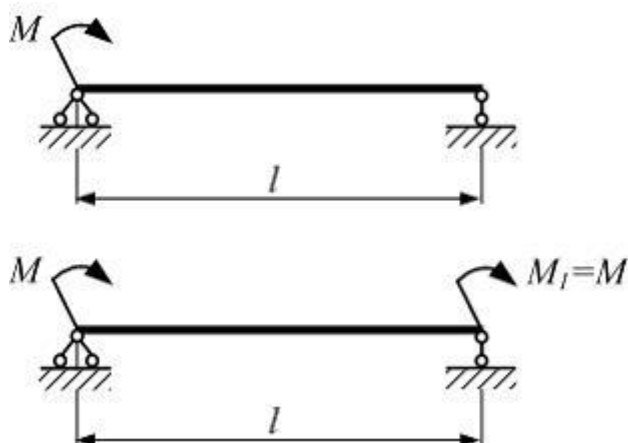
На рисунке показана эпюра поперечных сил. Правильным является утверждение, что ...

Варианты ответов:

- участок BC свободен от распределенной нагрузки;
- в сечении A к балке приложена сосредоточенная сила;

- на участке AB действует распределенная нагрузка;
- в сечении B на эпюре изгибающих моментов отсутствует излом.

Тестовое задание № 76

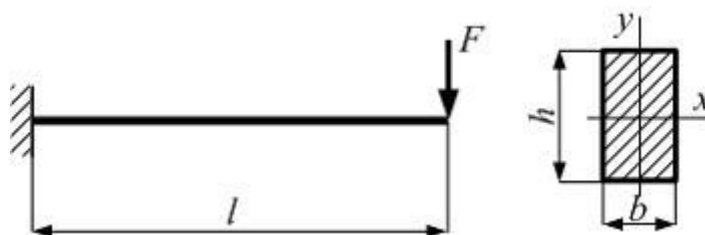


Однопролетная балка длиной l нагружена моментом M . К балке дополнительно прикладывается момент $M_1 = M$. С изменением схемы нагружения прочность балки ... Учесть только нормальные напряжения.

Варианты ответов:

- не изменится;
- уменьшится в четыре раза;
- уменьшится в два раза;
- увеличится в два раза.

Тестовое задание № 77

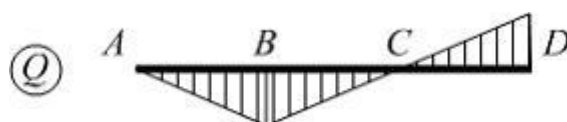


Консоль длиной l прямоугольного сечения с размерами b и h нагружена силой F . При увеличении линейных размеров балки в два раза максимальное нормальное напряжение ...

Варианты ответов:

- уменьшится в 4 раза;
- уменьшится в 2 раза;
- не изменится;
- увеличится в 4 раза.

Тестовое задание № 78

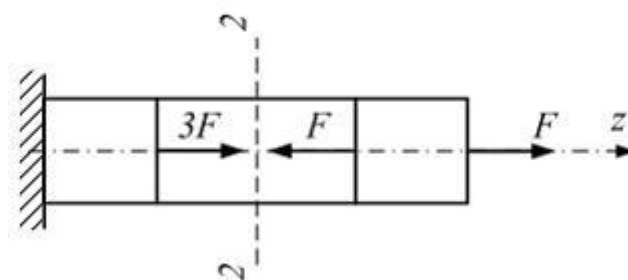


На рисунке показана эпюра поперечных сил. **Неверным** является утверждение, что ...

Варианты ответов:

- распределенная нагрузка на участках AB и BD имеет противоположное направление;
- в сечении C изгибающий момент имеет экстремальное значение;
- на эпюре изгибающих моментов в сечении B излом;
- на участке балки AD действует равномерно распределенная нагрузка.

Тестовое задание № 79

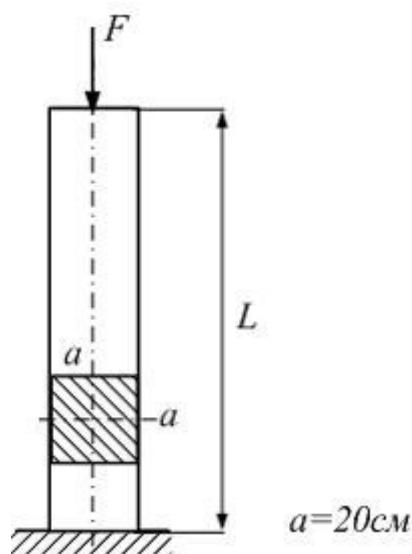


Для стержня, схема которого изображена на рисунке, продольная сила N в сечении 2–2 ...

Варианты ответов:

- сжимающая и равна $(-F)$;
- сжимающая и равна $(-3F)$;
- растягивающая и равна F ;
- равна нулю.

Тестовое задание № 80



Стержень с квадратным поперечным сечением $a = 20\text{см}$ (см. рисунок) нагружен силой F . Модуль упругости материала $E = 200\text{ГПа}$. Расчётное сопротивление $R = 100\text{МПа}$. Допустимое перемещение верхнего сечения $[\Delta l] = 0,000L$.

Максимально допустимое значение силы F равно _____ МН.

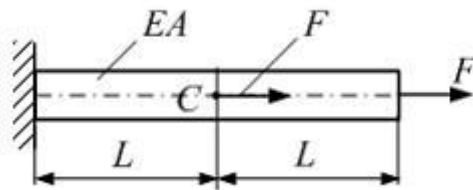
Варианты ответов:

- 0,8;
- 2,4;
- 4,1;
- 4,8.

Тестовое задание № 81

На рисунке показан стержень, нагруженный двумя силами F . $[\Delta l]$ – допустимое перемещение сечения C задано. Величины: E, A, L – известны.

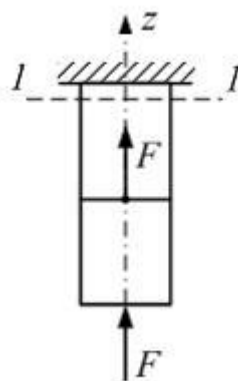
Максимально допустимое значение силы F равно ...



Варианты ответов:

- $\frac{EA}{2L} [\Delta l];$
- $\frac{EA}{L} [\Delta l];$
- $\frac{EA}{4L} [\Delta l];$
- $\frac{EA}{3L} [\Delta l].$

Тестовое задание № 82



Стержень круглого поперечного сечения диаметром d нагружен так, как показано на рисунке. Нормальные напряжения в сечении 1–1 равны ...

Варианты ответов:

- $-\frac{8F}{\pi d^2};$

- $-\frac{4F}{\pi d^2}$;
- $\frac{F}{d^2}$;
- $-2F$.

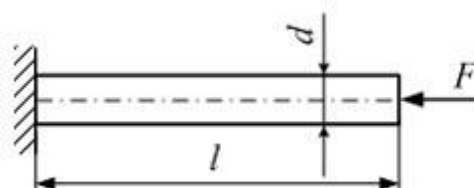
Тестовое задание № 83

Стержень квадратного сечения растянут силами F . Если сторону квадрата увеличить в 2 раза, то абсолютное удлинение стержня ...

Варианты ответов:

- уменьшится в 4 раза;
- увеличится в 2 раза;
- уменьшится в 2 раза;
- увеличится в 4 раза.

Тестовое задание № 84



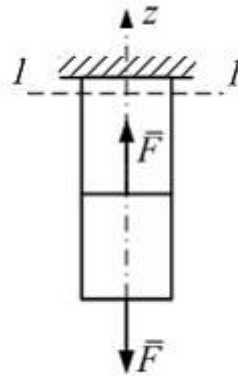
Для стержня круглого поперечного сечения диаметром d , схема которого изображена на рисунке, абсолютное укорочение Δl равно _____. Модуль упругости материала E задан.

Варианты ответов:

- $4 \frac{Fl}{E\pi d^2}$;
- $-4 \frac{Fl}{E\pi d^2}$;

- $-\frac{Fl}{E\pi d}$;
- 0.

Тестовое задание № 85



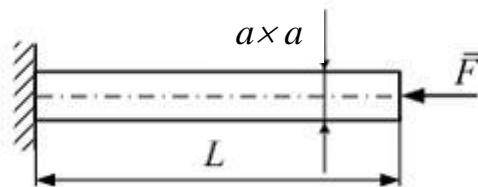
Сплошной однородный стержень круглого поперечного сечения диаметром d нагружен так, как показано на рисунке. Нормальные напряжения в сечении 1–1 равны...

Варианты ответов:

- F ;
- $\frac{F}{d^2}$;
- $4\frac{F}{\pi d^2}$;
- 0.

Тестовое задание № 86

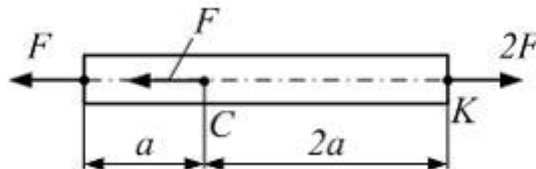
Для стержня квадратного поперечного сечения ($a \times a$), схема которого изображена на рисунке, абсолютное удлинение ΔL равно...



Варианты ответов:

- $\frac{FL}{Ea^2}$;
- 0 ;
- $-\frac{FL}{Ea^2}$;
- $-\frac{FL}{2Ea}$.

Тестовое задание № 87



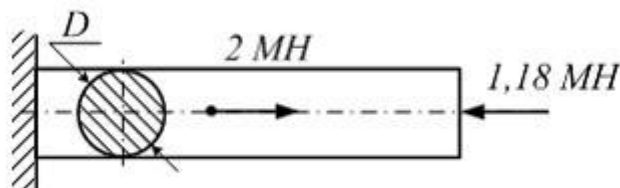
Стержень нагружен системой сил. Модуль упругости материала E , площадь поперечного сечения A , размер a , значение силы F заданы. Продольная линейная деформация на участке CK равна ...

Варианты ответов:

- $\frac{Fa}{EA}$;
- $2\frac{Fa}{EA}$;
- $4\frac{Fa}{EA}$;

○ $\frac{EA}{2Fa}$.

Тестовое задание № 88



Расчётное сопротивление на растяжение – сжатие для материала стержня равно 150МПа. Для стержня круглого поперечного сечения наименьший размер D из условия прочности равен...

Варианты ответов:

- 8,34см;
- 13см;
- 10см;
- 8,9см.

Тестовое задание № 89

К стержню квадратного поперечного сечения приложены одинаковые растягивающие силы. Если одновременно увеличить в 2 раза длину стержня и размер стороны, абсолютное удлинение стержня...

Варианты ответов:

- уменьшится в 2 раза;
- увеличится в 2 раза;
- увеличится на $0,25l$;
- уменьшится на $0,25l$.

Тестовое задание № 90

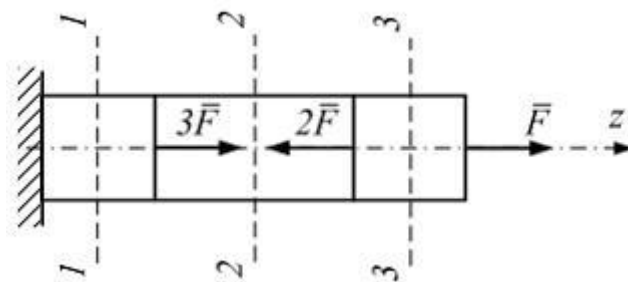
Из гипотезы плоских сечений следует, что вдали от мест нагружения, резкого изменения формы и размеров поперечного сечения нормальные напряжения

при растяжении – сжатии прямолинейных стержней распределяются по площади поперечного сечения ...

Варианты ответов:

- равномерно;
- по закону квадратной параболы, достигая максимума на нейтральной линии;
- неравномерно, в зависимости от формы поперечного сечения;
- по линейному закону, достигая минимума на нейтральной линии.

Тестовое задание № 91



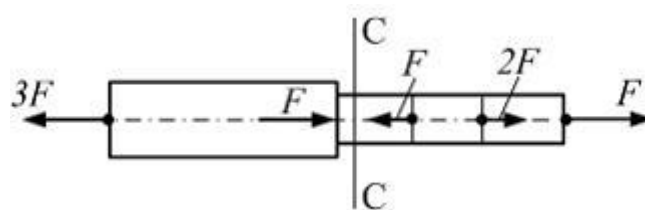
Для стержня, схема которого изображена на рисунке, продольная сила N в сечении 2-2 будет...

Варианты ответов:

- равной нулю;
- равномерно распределенной по сечению;
- сжимающей;
- растягивающей.

Тестовое задание № 92

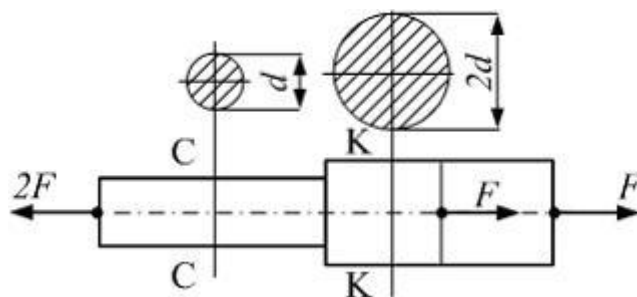
Значение продольной силы в сечении $C - C$ равно ...



Варианты ответов:

- $-2F$;
- $2F$;
- F ;
- $4F$.

Тестовое задание № 93

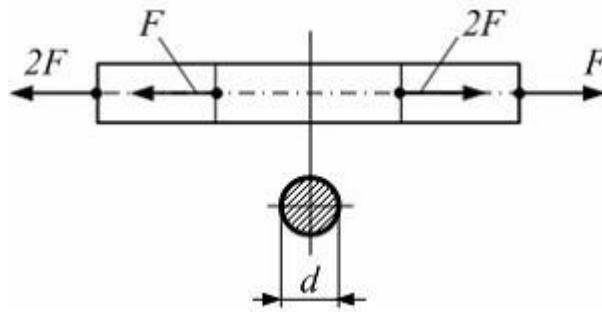


Отношение значений продольных сил в сечениях $C - C$ и $K - K$ (см. рисунок) равно ...

Варианты ответов:

- -1 ;
- $\frac{1}{2}$;
- $\frac{1}{4}$;
- 1 .

Тестовое задание № 94

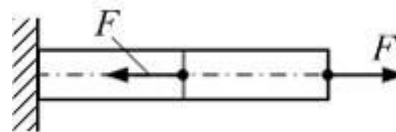


Стержень растянут осевыми силами (см. рисунок). Задано расчётное сопротивление R для материала стержня. Условие прочности имеет вид ...

Варианты ответов:

- $\frac{4F}{\pi d^2} \leq R;$
- $\frac{F}{\pi d^2} \leq R;$
- $\frac{12F}{\pi d^2} \leq R;$
- $\frac{3F}{\pi d^2} \leq R.$

Тестовое задание № 95



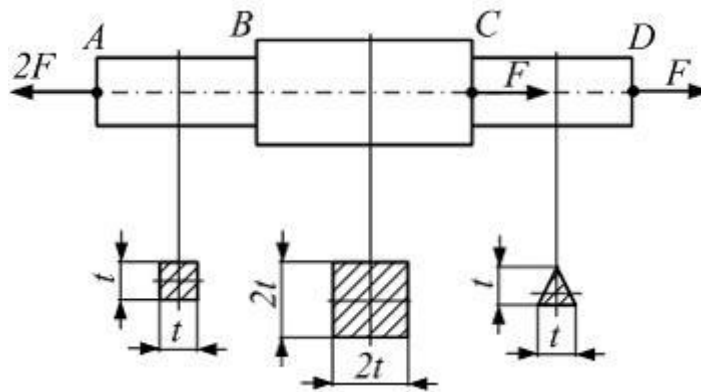
На рисунке показан стержень, нагруженный силами F . Площадь поперечного сечения A , модуль упругости материала E – известны. Продольная линейная деформация на левом грузовом участке стержня равна ...

Варианты ответов:

- $\frac{F}{2EA};$
- $\frac{F}{EA};$

- $\frac{2F}{EA}$;
- 0.

Тестовое задание № 96



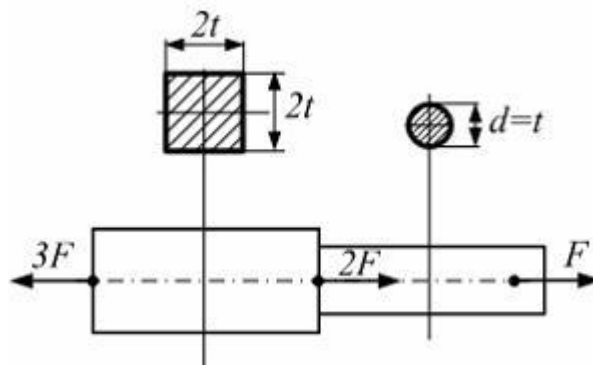
Стержень нагружен тремя осевыми силами. Форма и размеры поперечного сечения на каждом участке показаны на рисунке. Максимальные нормальные напряжения действуют в поперечных сечениях участка(-ов) ...

Варианты ответов:

- BC и CD;*
- CD;*
- AB и CD;*
- AB.*

Тестовое задание № 97

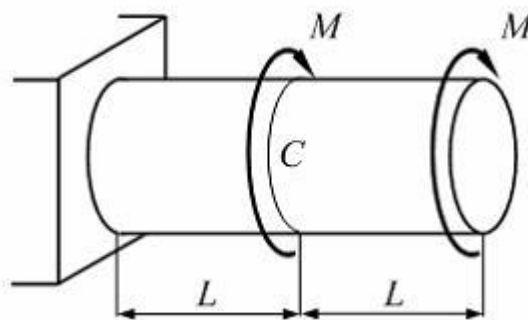
Ступенчатый стержень (см. рисунок) нагружен осевыми силами. Дано: $t = 10\text{см}$, $R = 100\text{МПа}$. Максимально допустимое значение параметра F равно ____ *МН*.



Варианты ответов:

- 3,14;
- 0,785;
- 1,33;
- 0,655.

Тестовое задание № 98



На рисунке показан стержень, работающий на кручение. Величины L, G, J_p и допускаемый угол поворота сечения C $[\varphi]_C$ заданы. Максимально допустимое значение момента M равно ...

Варианты ответов:

- $\frac{GJ_p}{2L} [\varphi]_C$;

- $\frac{GJ_p}{L} [\varphi]_C;$
- $\frac{GJ_p}{3L} [\varphi]_C;$
- $\frac{2GJ_p}{L} [\varphi]_C.$

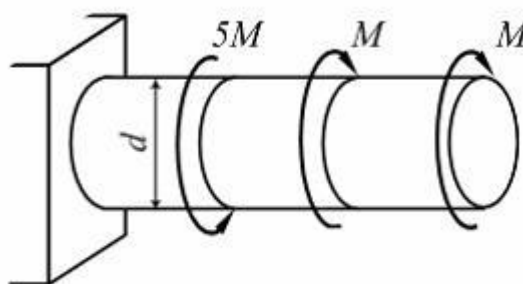
Тестовое задание № 99

Для круглого стержня, работающего на кручение, произведение GJ_p называется жесткостью ...

Варианты ответов:

- поперечного сечения на кручение;
- поперечного сечения на растяжение – сжатие;
- поперечного сечения на изгиб;
- стержня на кручение.

Тестовое задание № 100



На рисунке показан стержень, работающий по кручение. Известны величины: $M = 0,01 \text{ МН} \cdot \text{м}$. $R_s = 50 \text{ МПа}$ – расчётное сопротивление на срез. Из расчета на прочность диаметр стержня равен ____ см.

Варианты ответов:

- 14,5;
- 19;
- 12,5;
- 13.

***Правильные ответы на тестовые задания приведены в приложении
Е (стр.173).***

Библиографический список

Основная литература:

1. Александров, А.В. Сопротивление материалов. Учебник для вузов / А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин.. – М.: Высш.шк., 2000. -560с.
2. Андреев, В.И. Техническая механика (для учащихся строительных вузов и факультетов): Учебник/ В.И. Андреев, А.Г. Паушкин, А.Н. Леонтьев. – М., Издательство АСВ, 2012. – 215с.
3. Атаров Н.М. Сопротивление материалов в примерах и задачах: Учеб.пособие.- М.: ИНФРА-М, 2010.- 407с.
4. Ахметзянов, М.Х. Сопротивление материалов: учебник/ М.Х.Ахметзянов, И.Б.Лазарев. – М.: Издательство Юрайт, 2011. - 300с.
5. Буланов, Э.А. Решение задач по сопротивлению материалов/ Э.А.Буланов. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 215с.
6. Варданян, Г.С. Сопротивление материалов: Учебник/ Г.С.Варданян, Н.М.Атаров, А.А.Горшков. Под ред. Г.С.Варданяна. – М.: ИНФРА – М, 2003. -480с.
7. Грес, П.В. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов: Учеб.пособие для вузов/ П.В.Грес. – М.: Высш.шк., 2004. – 135с.
8. Евтушенко, С.И. Техническая механика: учебник/С.И.Евтушенко [и др.]. – Ростов н/Д: Феникс, 2013. – 348с
9. Кривошапко, С.Н. Сопротивление материалов: лекции, семинары, расчетно-графические работы: учебник для бакалавров/ С.Н. Кривошапко. – М.: Издательство Юрайт, 2012. -413с.
10. Логвинов, В.Б. Сопротивление материалов: практические занятия: учеб.пособие/ В.Б.Логвинов, С.И. Евтушенко, И.А.Петров; под ред. В.Б.Логвинова. - – Ростов н/Д: Феникс, 2012. – 283с.

Дополнительная литература:

1. <http://i-exam-otvet.net>
2. <http://i-fgos.ru>
3. Белова, О.Ю. Расчеты на прочность, жесткость и устойчивость простейших элементов строительных конструкций: учебное пособие/ О.Ю.Белова, З.С.Кутрунова – Тюмень: РИО ГОУ ВПО ТЮМГАСУ, 2010. – 116с.
4. Беляев, Н.М. Сборник задач по сопротивлению материалов: Учебное пособие/ Н.М.Беляев, Л.К.Паршин., Б.Е.Мельников, В.А.Шерстнёв., Н.В.Чернышева. - СПб.: Издательство «Иван Фёдоров», 2003.- 432с.

5. Гафаров, Р.Х., Жернаков В.С. Что нужно знать о сопротивлении материалов.: Учебное пособие/ Р.Х.Гафаров, В.С.Жернаков. - М.: Машиностроение, 2001.- 261с.
6. Горшков, А.Г. Сборник задач по сопротивлению материалов с теорией и примерами. Учебное пособие для вузов. / А.Г Горшков, Д.В. Тарлаковский.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.- 632с.
7. Копнов, В.А., Сопротивление материалов: Руководство для решения задач и выполнения лабораторных и расчетно-графических работ/ В.А. Копнов, С.Н. Кривошапка. – М.: Высш.шк., 2003. - 351с.
8. Миролубов, И.Н. Сопротивление материалов: Пособие по решению задач/ И.Н.Миролубов, Ф.З.Алмаметов, Н.А.Курицын, И.Н.Изотов, Л.В.Яшина. - СПб.: Издательство «Лань», 2007. - 512с.
9. Молотников, В.Я. Курс сопротивления материалов: Учебное пособие/ В.Я. Молотников. – СПб.: Издательство «Лань», 2006. - 384с.
10. Олофинская, В.П. Техническая механика: Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий: Учебное пособие/ В.П. Олофинская, - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. - 349с.
11. Писаренко, Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. - Киев: Наукова Думка, 1988. - 736с.
12. Сапунов, В.Т. Классический курс сопротивления материалов в решениях задач: Учебное пособие/ В.Т. Сапунов. - М.: Эдиториал УРСС, 2002. - 160с.
13. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2000. -592с.