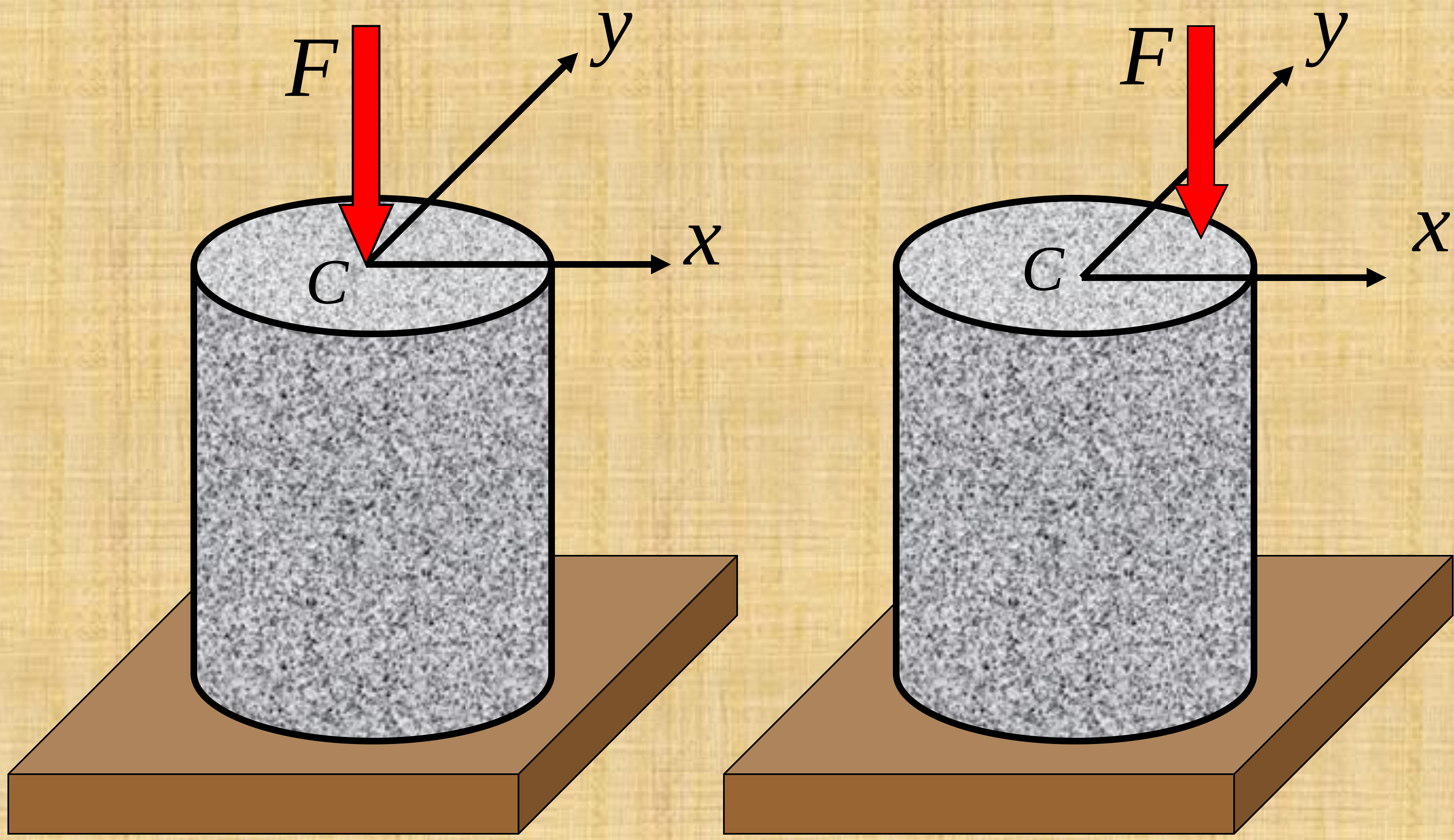
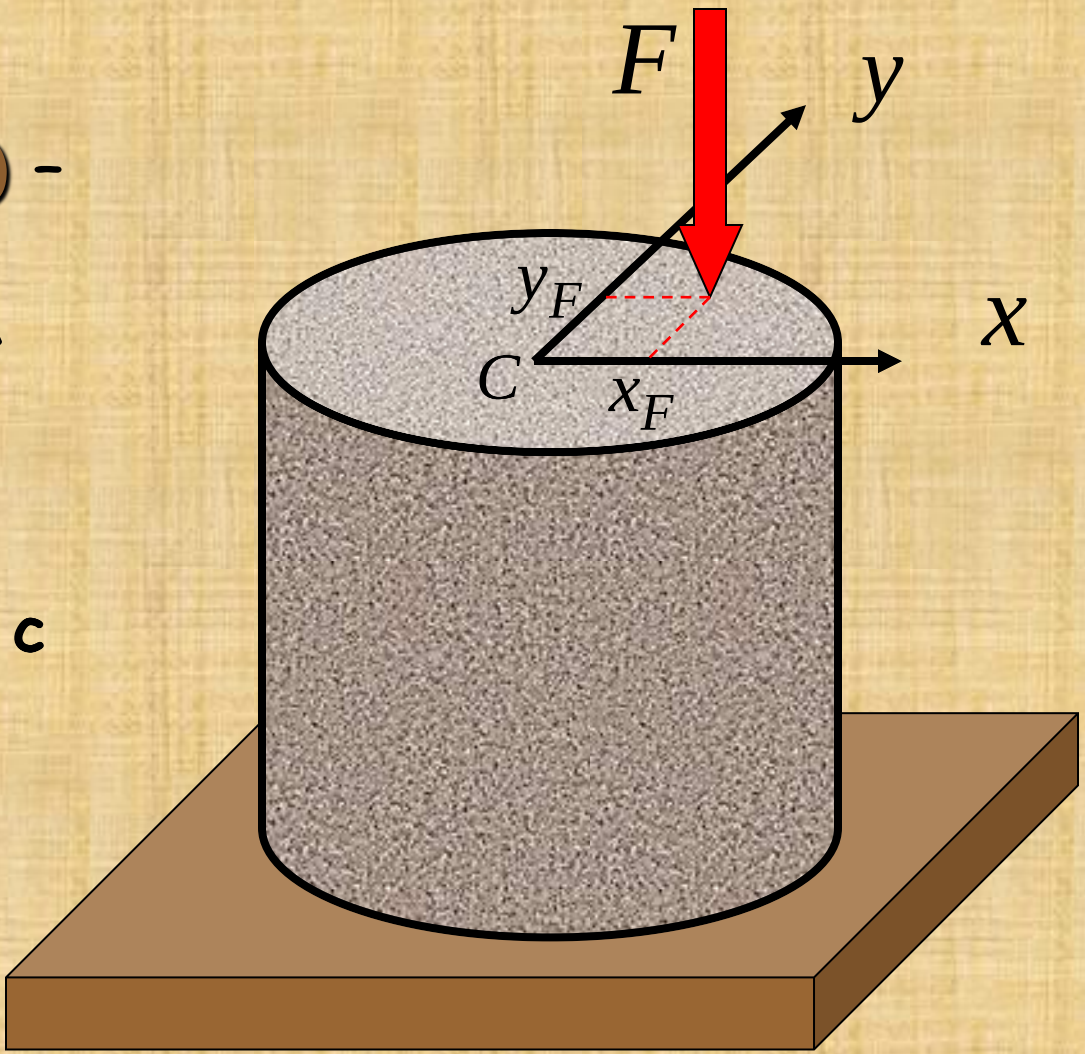
Внецентренное действие продольных сил

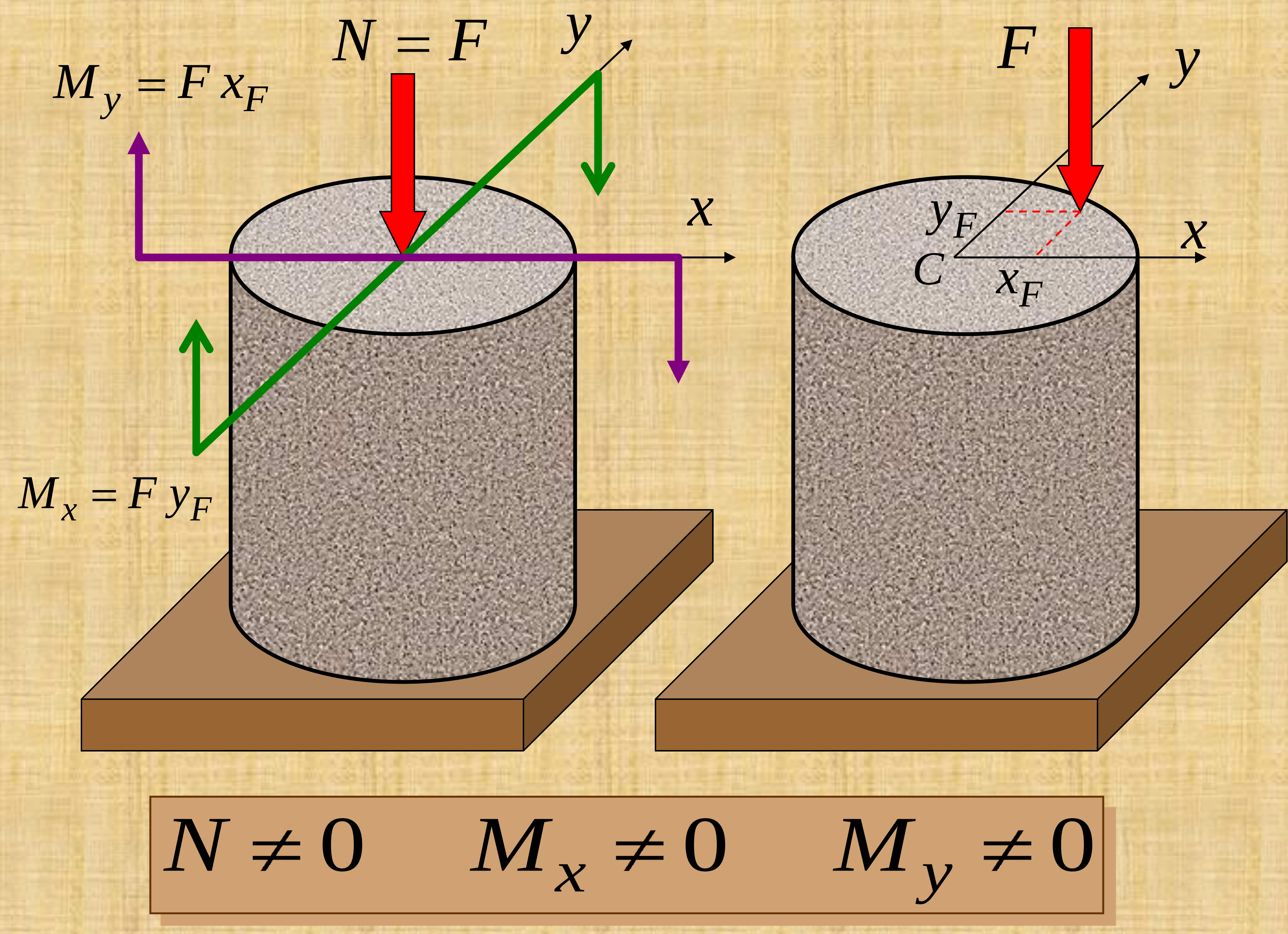


Центральное сжатие (растяжение)

Внецентренное сжатие (растяжение)

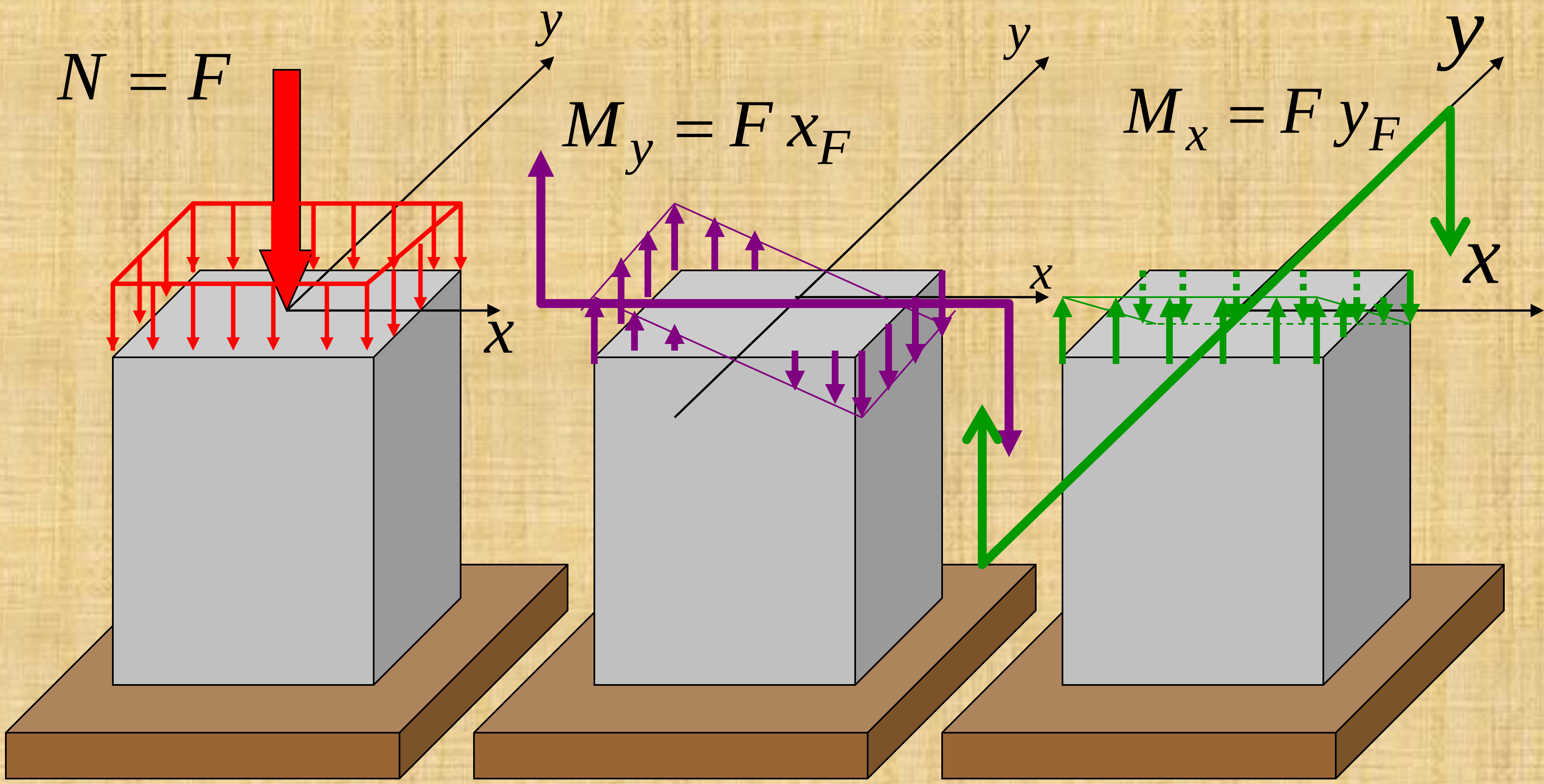
Внецентренное сжатие (растяжение) – это случай нагружения, когда линия действия сжимающей (растягивающей) силы не совпадает с осью стержня , а имеет эксцентриситеты x_F и y_F





$N = F$
$M_y = F\,x_F$
y
x
$M_x = F\,y_F$
F
y
y_F
x
C
x_F
$N \neq 0 \qquad M_x \neq 0 \qquad M_y \neq 0$

Определение нормальных напряжений



$$\sigma(N) = \pm\frac{F}{A}$$

$$\sigma(M_y) = \pm\frac{M_y}{J_y}x$$

$$\sigma(M_x) = \pm\frac{M_x}{J_x}y$$

Используем принцип независимости действия сил и получим:

$$\sigma = \pm\frac{F}{A} \pm \frac{M_x}{J_x} y \pm \frac{M_y}{J_y} x$$

$$\sigma = \pm\frac{F}{A} \pm \frac{Fy_F}{J_x} y \pm \frac{Fx_F}{J_y} x =$$

$$= \pm\frac{F}{A}\left(1 + \frac{A}{J_x} y_F y + \frac{A}{J_y} x_F x\right) = \pm\frac{F}{A}\left(1 + \frac{1}{i_x^2} y_F y + \frac{1}{i_y^2} x_F x\right)$$

$$\sigma = \pm\frac{F}{A}\left(1 + \frac{y_F y}{i_x^2} + \frac{x_F x}{i_y^2}\right)$$

Формулы для подсчета нормальных напряжений при внецентренном растяжении (сжатии)

$$\sigma = \pm \frac{F}{A}\left(1 + \frac{y_F\, y}{i_x^2} + \frac{x_F\, x}{i_y^2}\right)$$

Формула для подсчета нормальных напряжений при внецентренном растяжении (сжатии)

$x_F\,, y_F$ - координаты точки приложения силы в главной центральной системе координат.

x, y - координаты точки(в главной центральной системе координат), в которой требуется подсчитать напряжение.

$i_x^2 = \frac{J_x}{A};\; i_y^2 = \frac{J_y}{A}$ - квадраты радиусов инерции сечения в главной центральной системе координат.

«+» - растяжение.

«-» - сжатие.

Определение положения нейтральной линии

$$\sigma_n = 0$$

$$\sigma_n = \pm \frac{F}{A}\left(1 + \frac{y_F\, y_n}{i_x^2} + \frac{x_F\, x_n}{i_y^2}\right) = 0$$

Уравнение нейтральной линии при внецентренном растяжении-сжатии

$$1 + \frac{y_F\, y_n}{i_x^2} + \frac{x_F\, x_n}{i_y^2} = 0$$

x_n, y_n - координаты точек, принадлежащих нейтральной линии (в главной центральной системе координат).

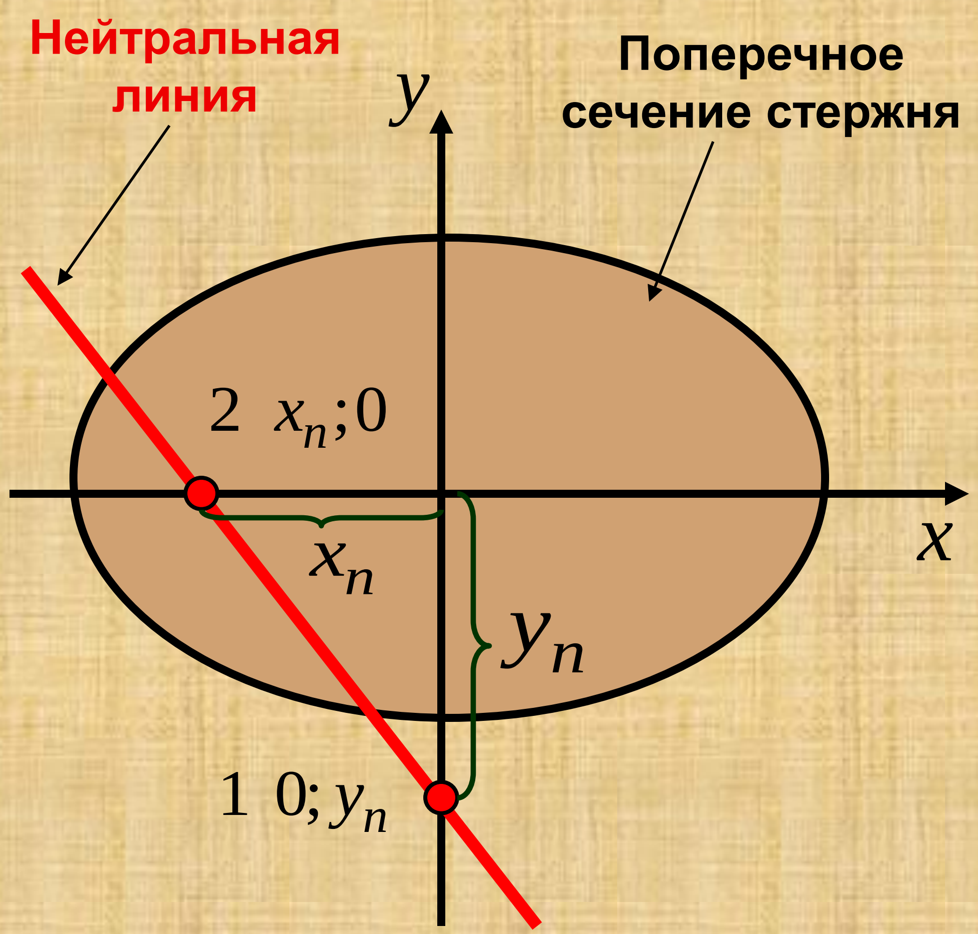
$$1+\frac{y_F y_n}{i_x^2}+\frac{x_F x_n}{i_y^2}=0$$

Уравнение нейтральной линии при внецентренном растяжении-сжатии

Свойства нейтральной линии

1. Нейтральная линия – **ПРЯМАЯ ЛИНИЯ**.

2. Нейтральная линия **не проходит** через центр тяжести сечения.



$$1+\frac{y_F\,y_n}{i_x^2}+\frac{x_F\,x_n}{i_y^2}=0$$

точка 1 $x_n=0; y_n\neq 0$

$$1+\frac{y_F\,y_n}{i_x^2}+\frac{x_F\;0}{i_y^2}=0$$

$$1+\frac{y_F\,y_n}{i_x^2}=0$$

$$y_n=-\frac{i_x^2}{y_F}$$

точка 2

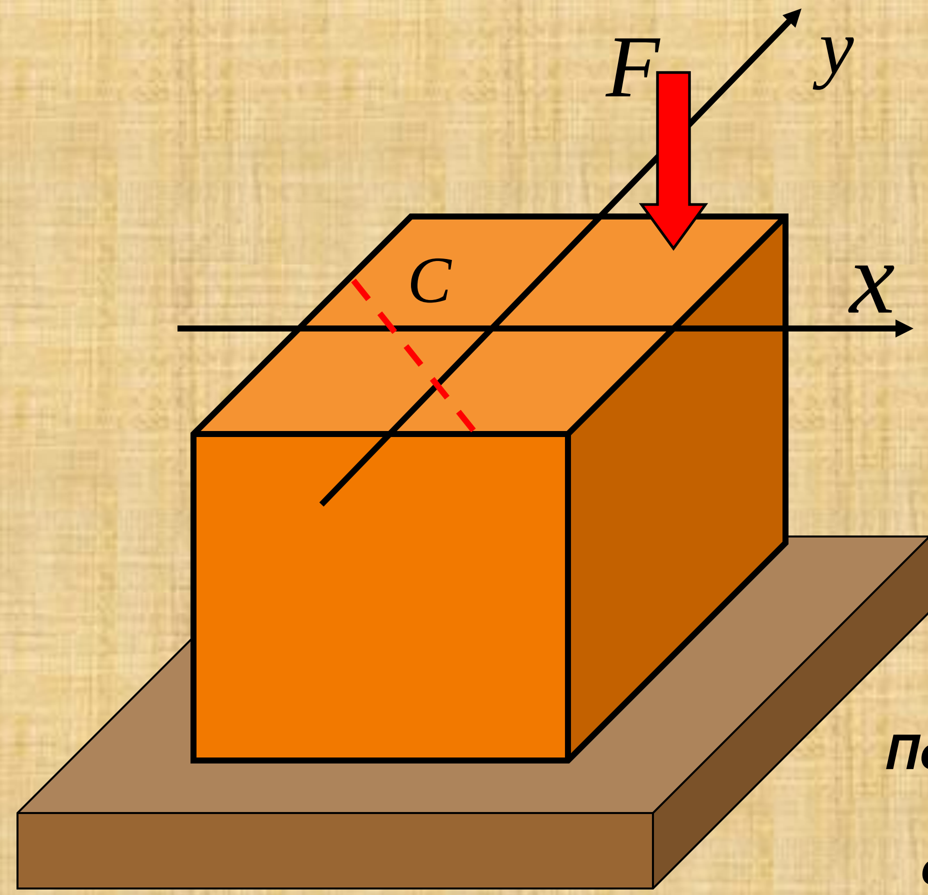
$x_n\neq 0; y_n=0$

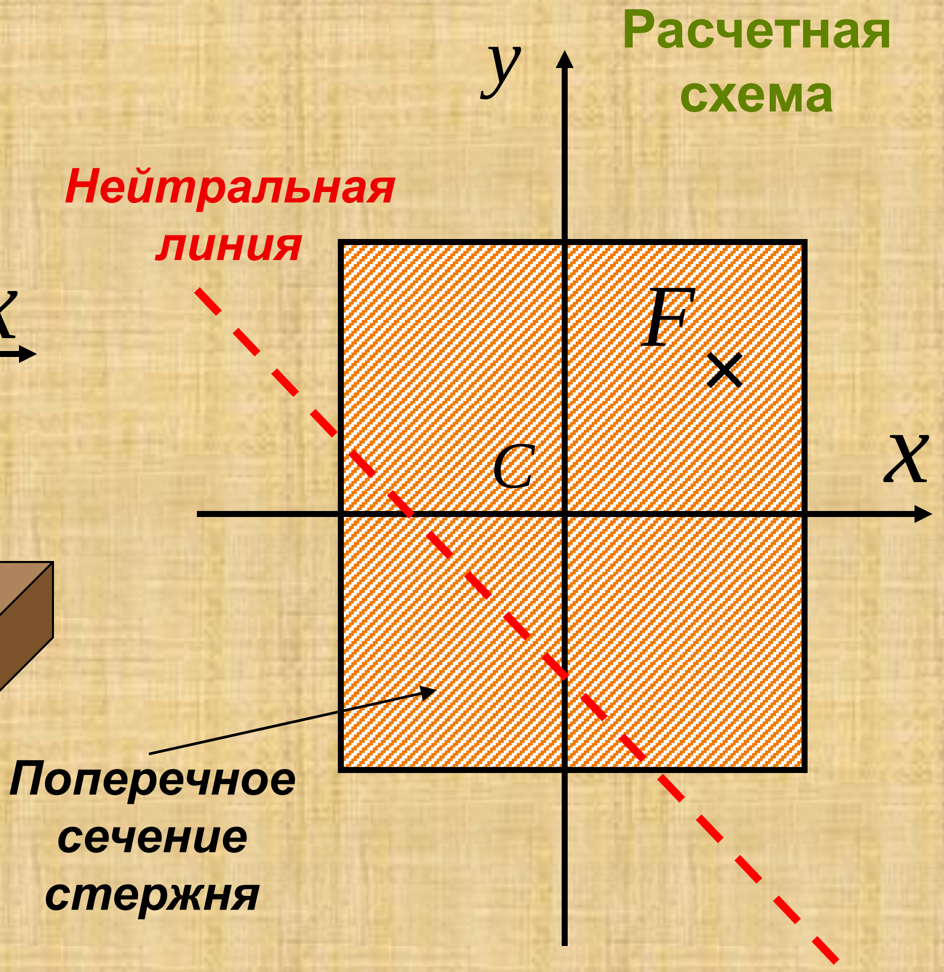
$$1+\frac{x_F\,x_n}{i_y^2}=0$$

$$x_n=-\frac{i_y^2}{x_F}$$

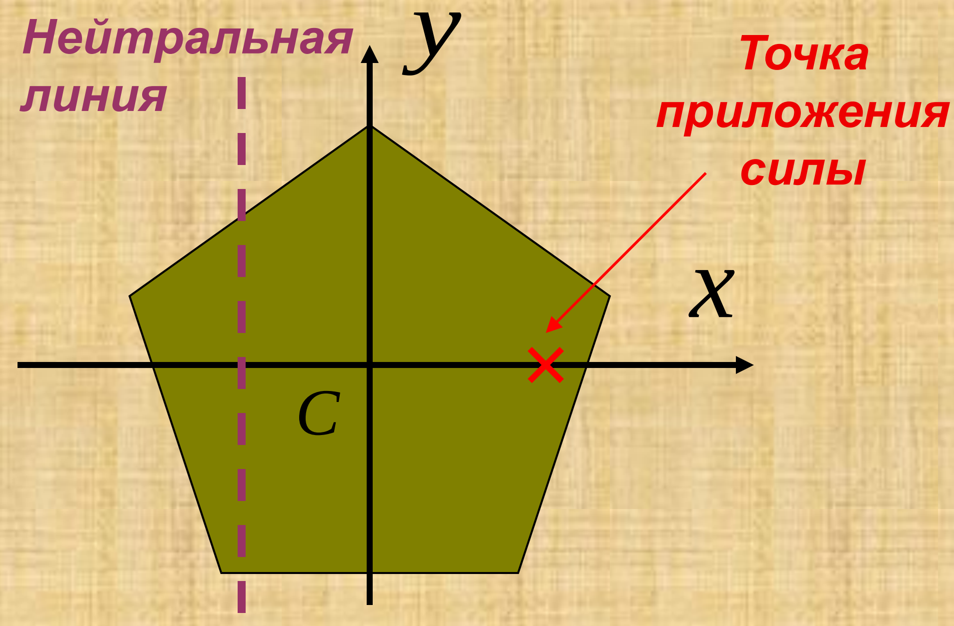
Свойства нейтральной линии.

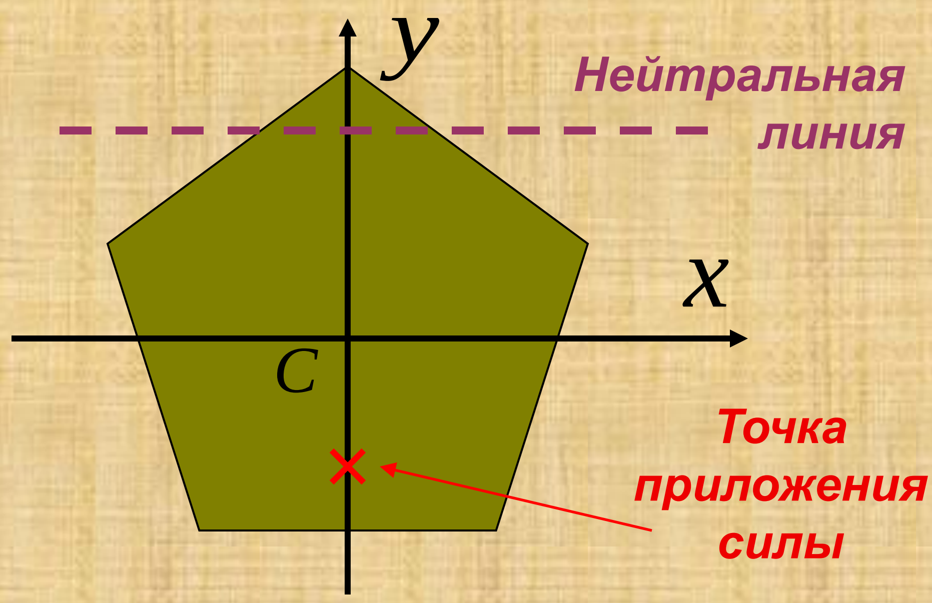
3. Точка приложения силы и нейтральная линия находятся в противоположных квадрантах (т.е. с разных сторон от центра тяжести)





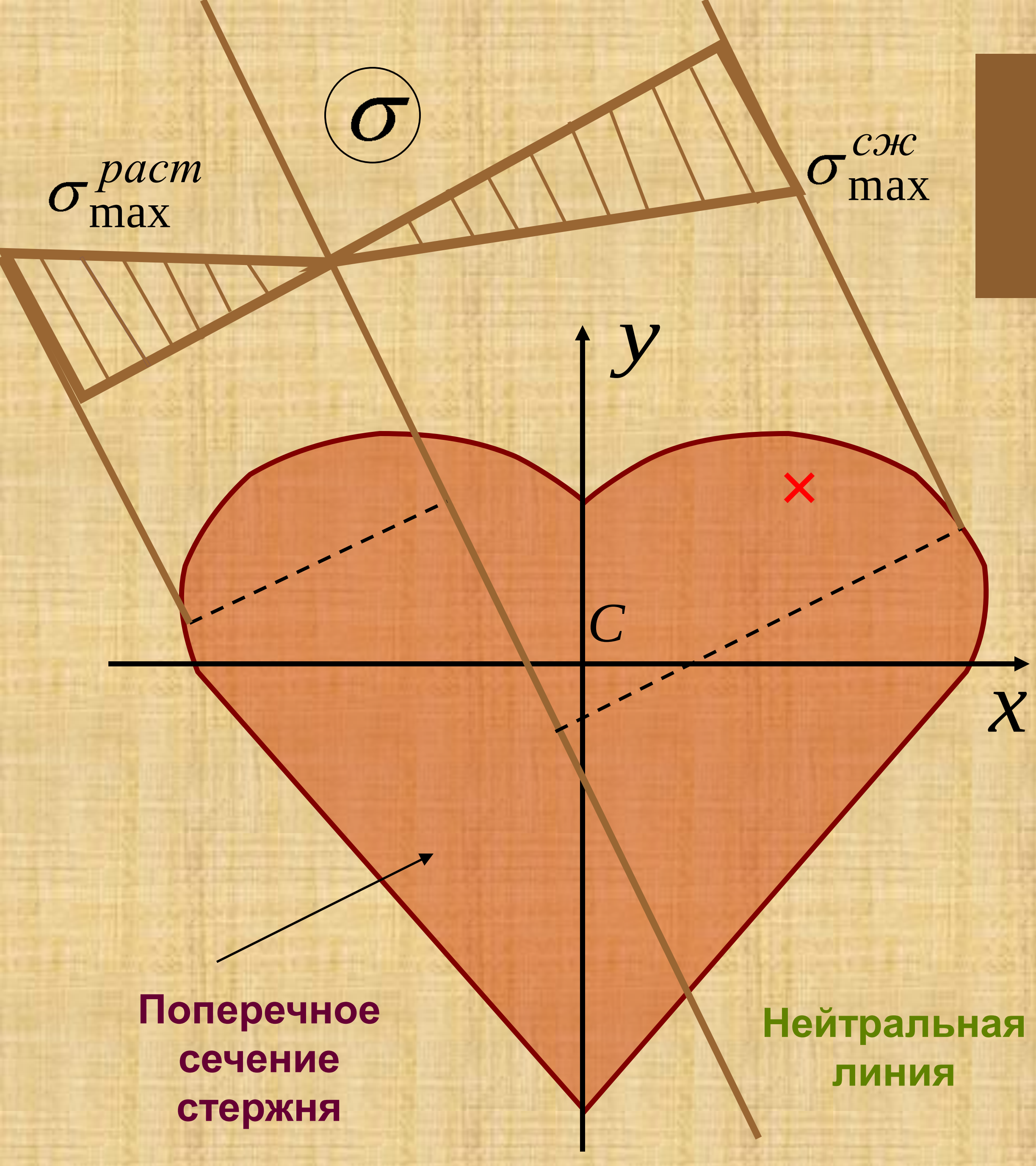
Свойства нейтральной линии.





4. Если точка приложения силы находится на оси $x(y)$, то нейтральная линия пройдет параллельно оси $y(x)$.

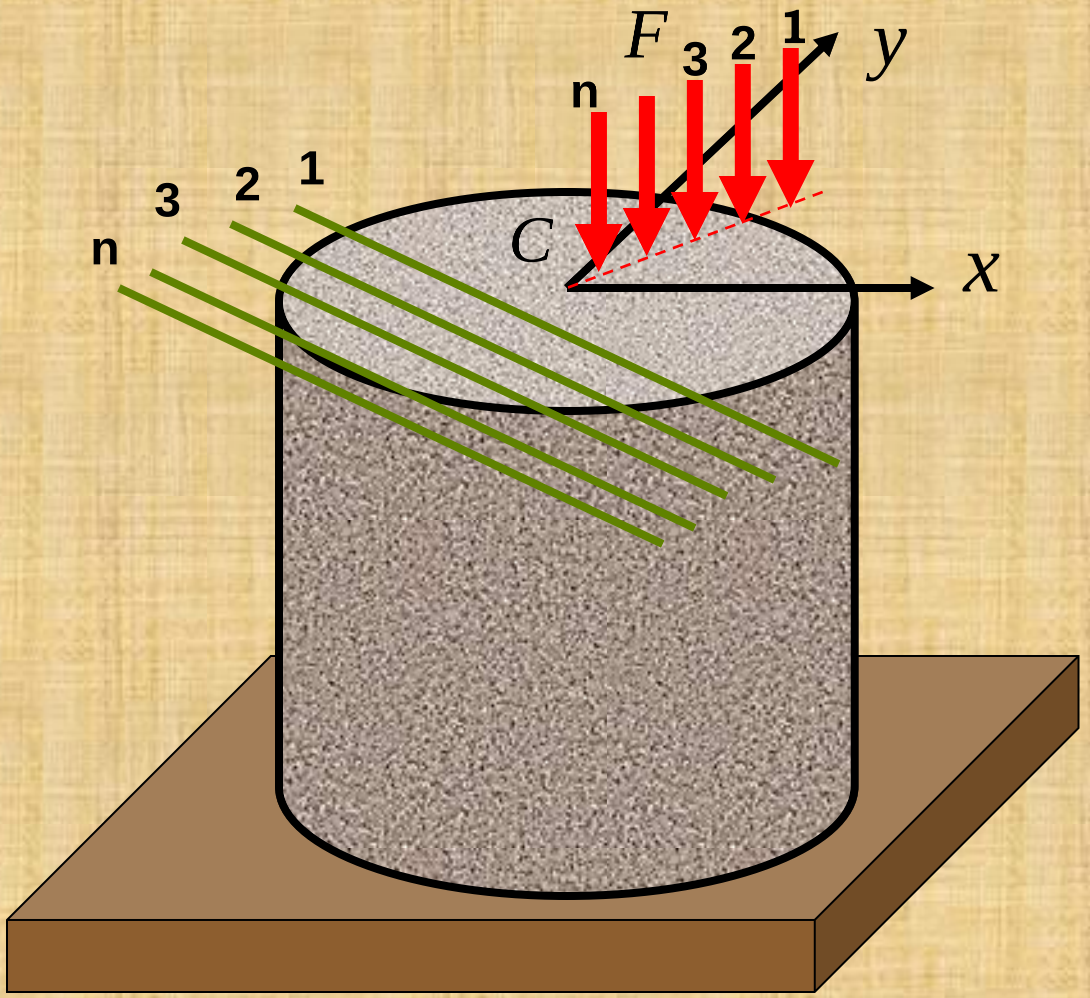
Свойства нейтральной линии.



5. Наиболее напряженными (опасными) являются точки сечения наиболее удаленные от нейтральной линии.

Свойства нейтральной линии

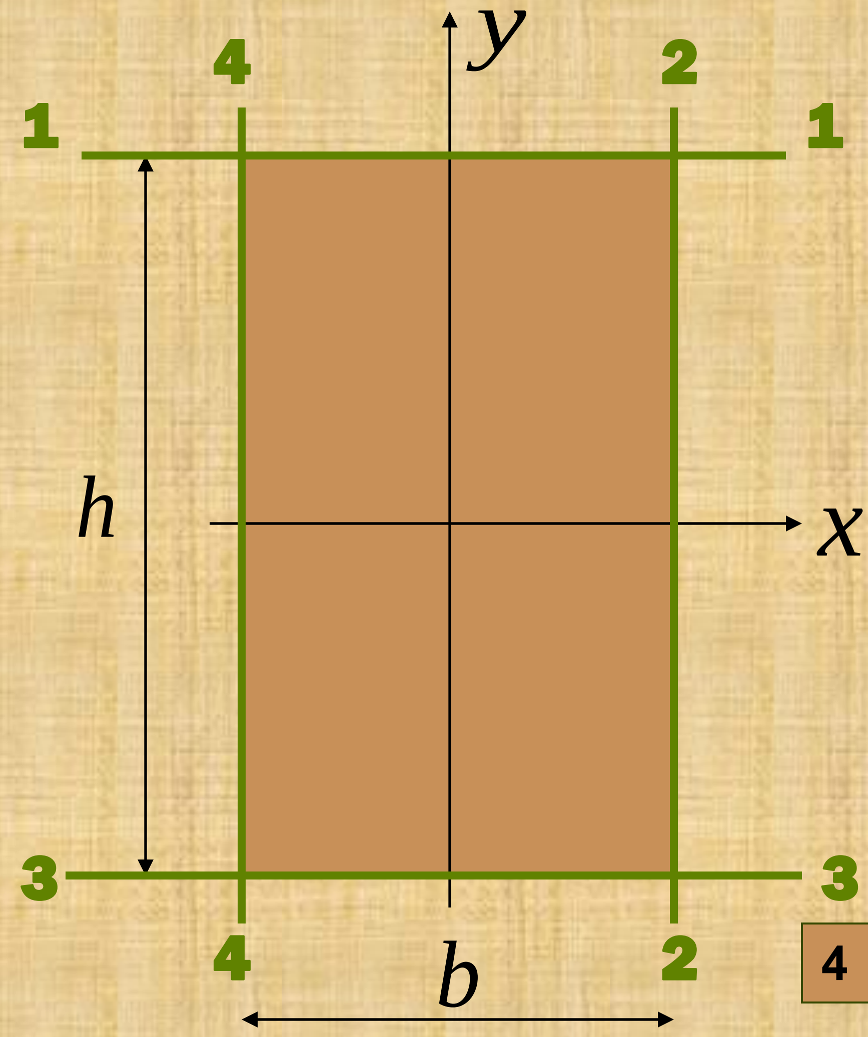
6. Если точку приложения силы приближать к центру тяжести, то нейтральная линия будет удаляться от центра тяжести.



Ядро сечения –это область, очерченная вокруг центра тяжести сечения и обладающая тем свойством, что силы, приложенные внутри этой области, будут во всех точках сечения вызывать напряжения одного знака.

ПРИМЕР 1

Построить ядро сечения для сечения прямоугольного типа.



Если внешний контур сечения, к которому можно провести к состоит из прямолинейных отрезков, то ядро сечения многоугольник.

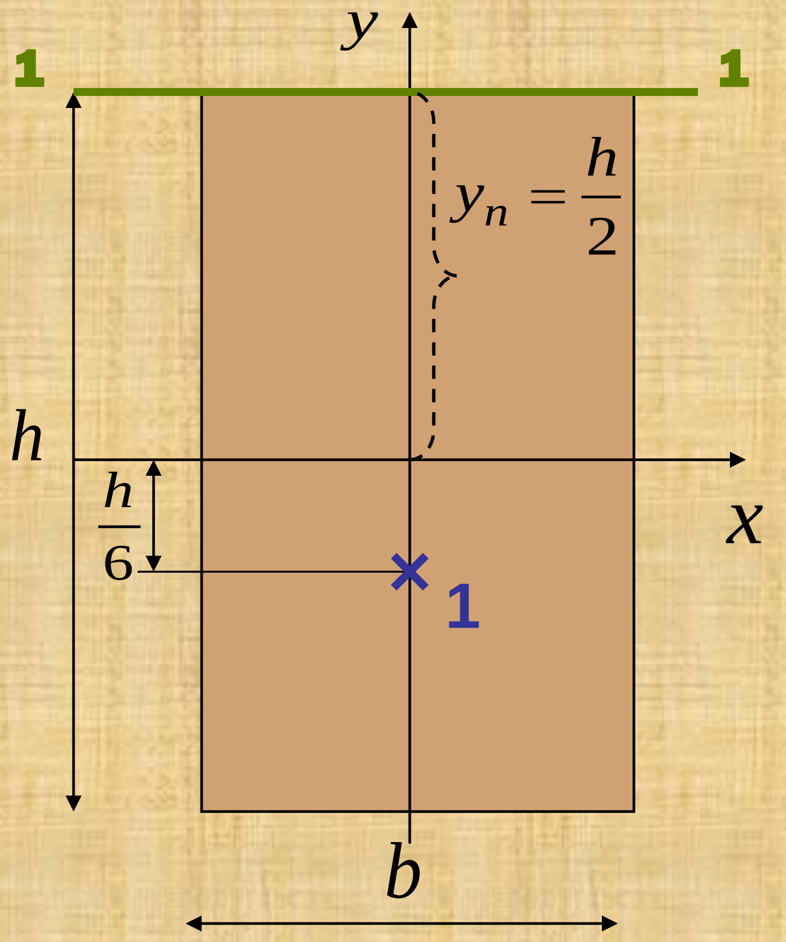
Этот многоугольник имеет столько вершин, сколько касательных можно провести к контуру.

1. Проведем касательные к контуру сечения.

4 касательных → **4 вершины ядра сечения**

Для определения вершин ядра сечения решаем <u>**обратную задачу**</u>**:**
Пусть известно положение нейтральной линии. Требуется установить, где находится точка приложения силы.

Рассмотрим нейтральную линию 1-1. Определим соответствующую ей точку приложения силы.



$$x_F = 0 \qquad y_F = ?$$

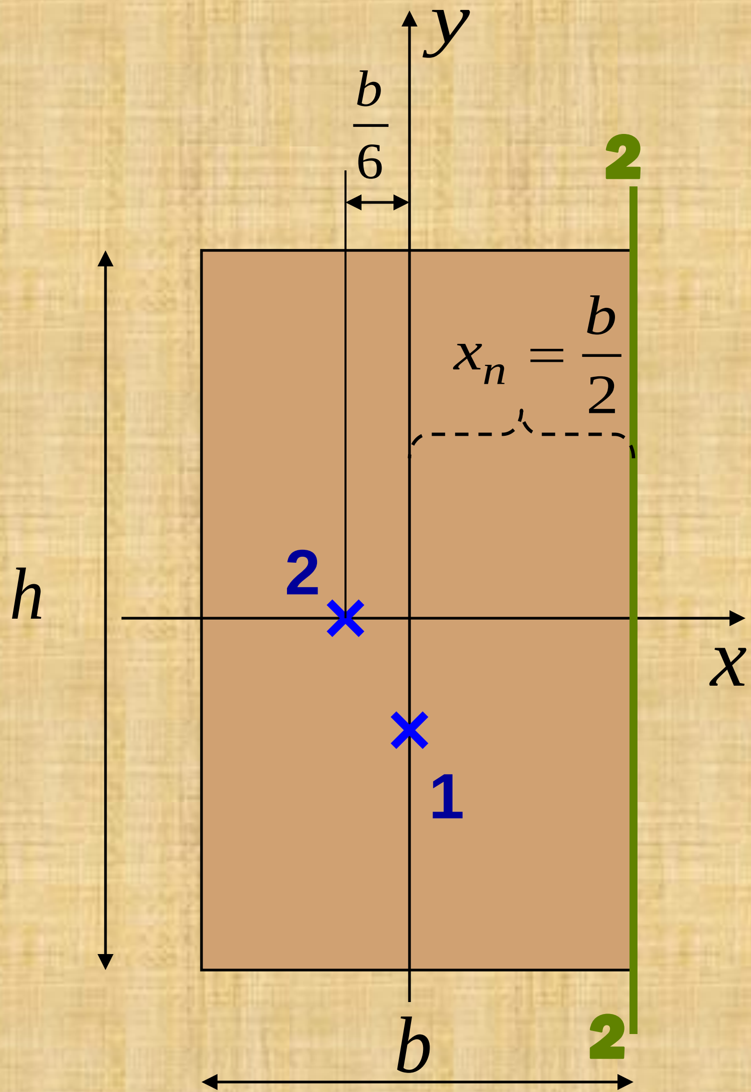
$$1 + \frac{y_F\, y_n}{i_x^2} + \frac{x_F\, x_n}{i_y^2} = 0$$

$$1 + \frac{y_F\, y_n}{i_x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad y_F = -\frac{i_x^2}{y_n}$$

$$\left.\begin{aligned} & y_n = \frac{h}{2} \\ & i_x^2 = \frac{J_x}{A} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{bh} = \frac{h^2}{12} \end{aligned}\right\} \quad y_F = -\frac{h}{6}$$

Рассмотрим нейтральную линию **2-2**. Определим соответствующую ей точку приложения силы.

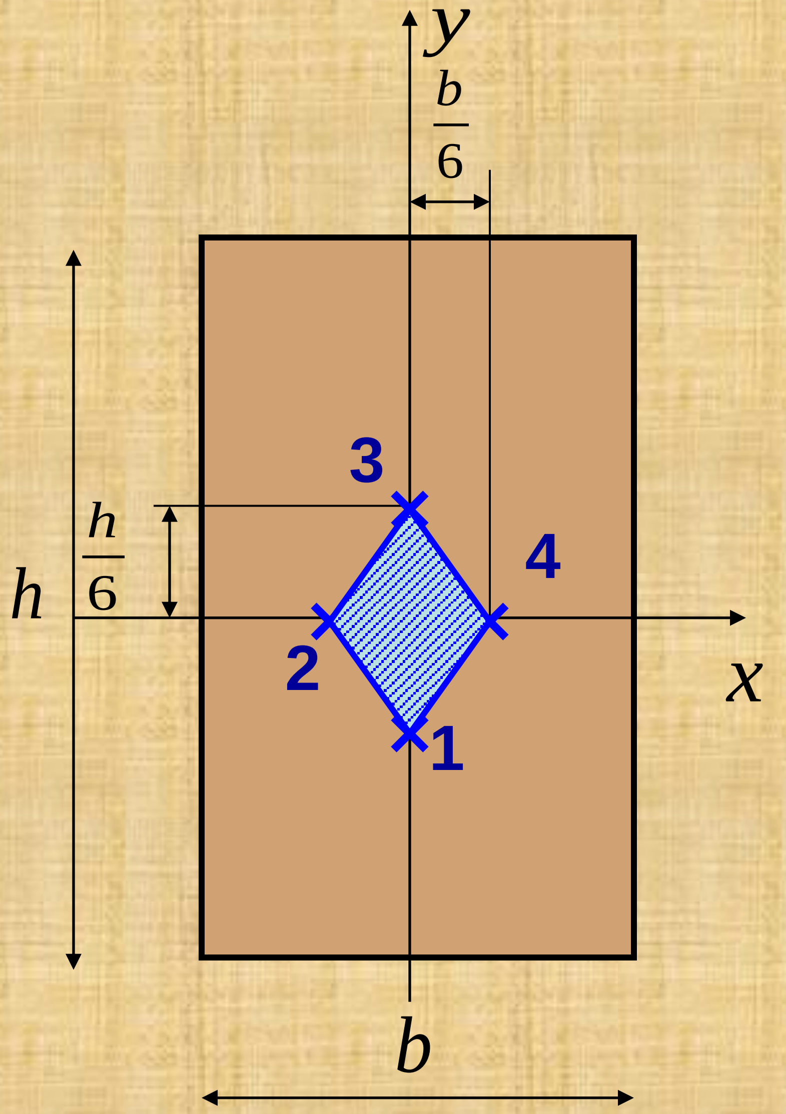
$$x_F = ? \qquad y_F = 0$$



$$1 + \frac{y_F\, y_n}{i_x^2} + \frac{x_F\, x_n}{i_y^2} = 0$$

$$1 + \frac{x_F\, x_n}{i_y^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_F = -\frac{i_y^2}{x_n}$$

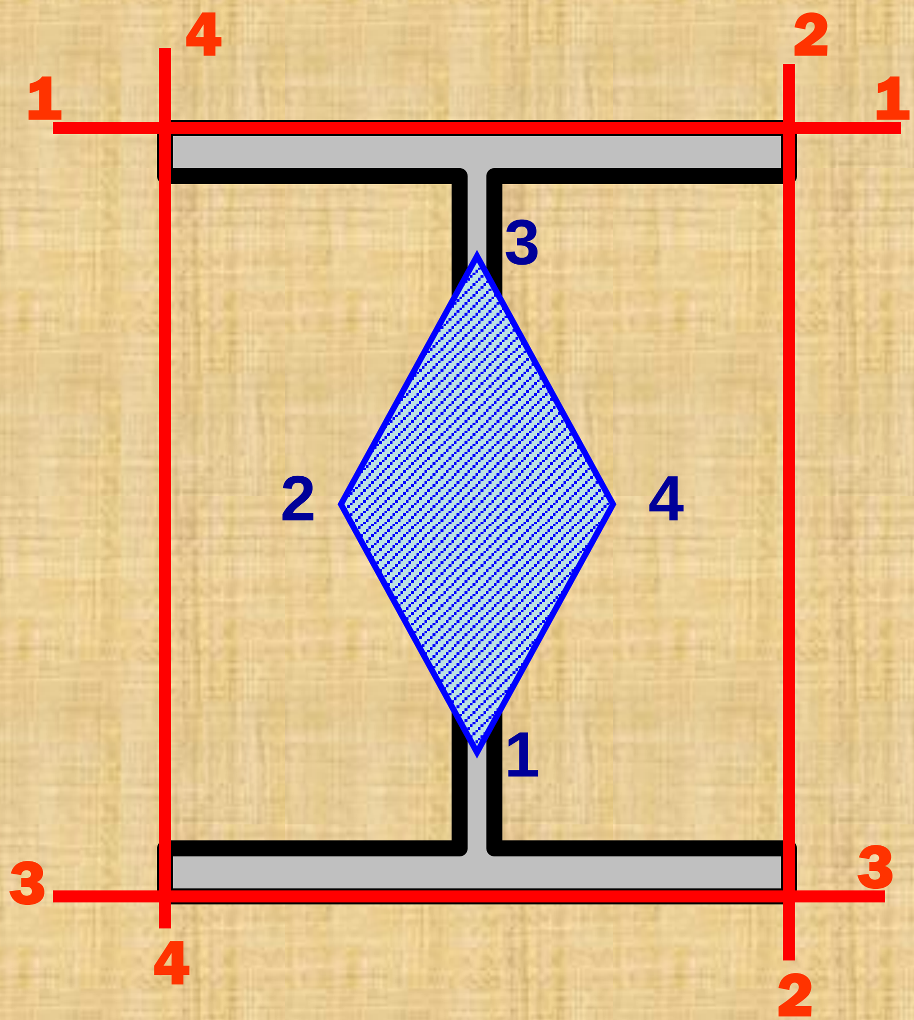
$$\left.\begin{aligned} & x_n = \frac{b}{2} \\ & i_y^2 = \frac{J_y}{A} = \frac{\frac{hb^3}{12}}{bh} = \frac{b^2}{12} \end{aligned}\right\} \quad x_F = -\frac{b}{6}$$



Оставшиеся вершины ядра сечения получим используя свойство симметрии.

У прямоугольника ядром сечения является **РОМБ.**

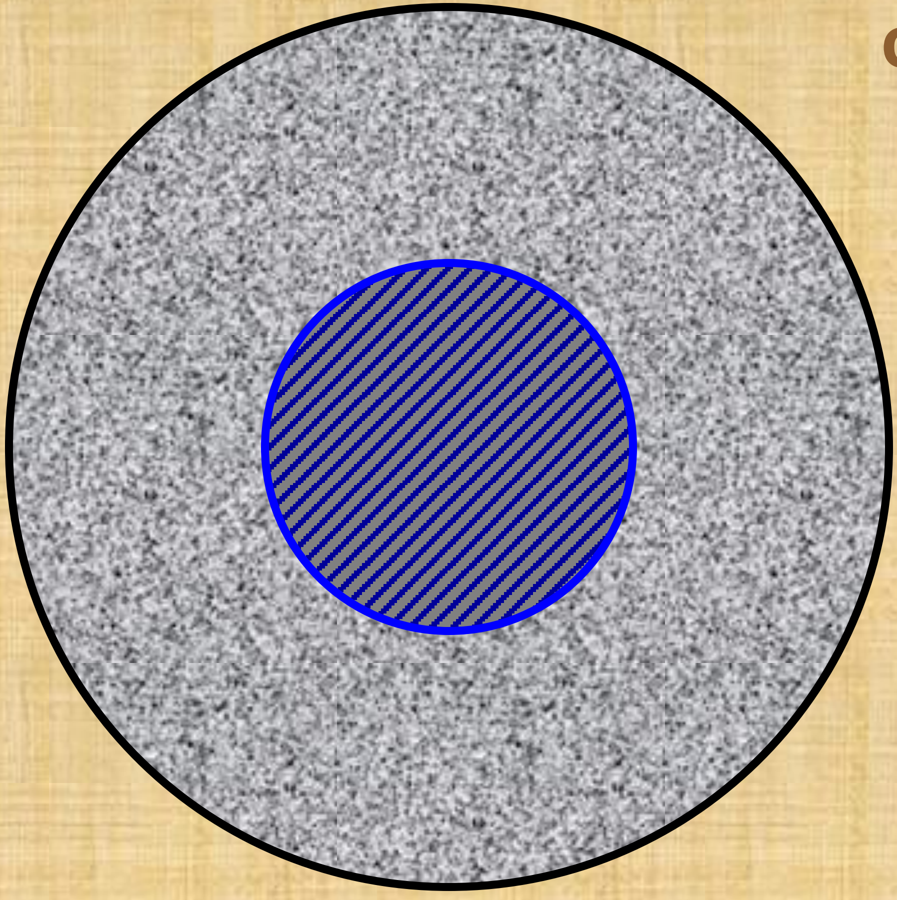
Пример 2.



Поперечное сечение стержня - двутавр

Ядро сечения - **РОМБ**

Пример 3.

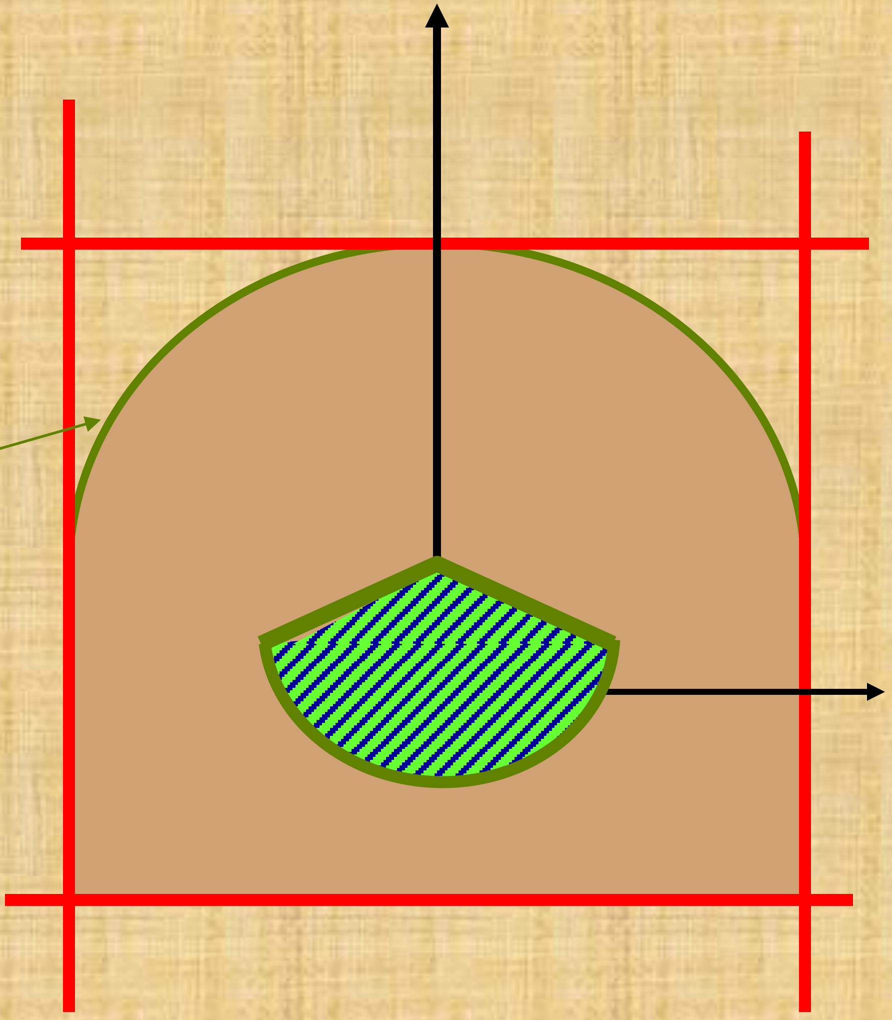


Поперечное сечение стержня - круг

Ядро сечения - **КРУГ**

Пример 4.

Составное поперечное сечение



Нейтральная линия образует пучок прямых

При построении ядра сечения необходимо помнить, что

- при повороте нейтральной линии вокруг какой-либо точки сечения точка приложения силы перемещается по прямой;
- если нейтральная линия касательная к сечению и перпендикулярна одной из главных центральных осей инерции сечения, то точка приложения силы находится на этой оси, но по другую сторону от центра тяжести;
- минимальное количество касательных в виде нейтральных линий, которые необходимо проводить для определения контура ядра, определяется конкретной формой поперечного сечения стержня;
- ядро сечения всегда является выпуклой фигурой.